

河道を横断する3連水門からの流出量推定における Toch の式の適用に関する一検討

石川工業高等専門学校 学生会員 ○佐々侑太 正会員 鈴木洋之 岡部基(現：北陸電力)
国土交通省 富山河川国道事務所 石井陽(現：北陸地方整備局) 工藤裕之

1. はじめに

小矢部川では小矢部大堰により農業用水が取水されている。大堰では洪水時にスルースゲート(以下、ゲート)からの放流量が約1.7km下流の流量観測所の流量と異なる問題が生じている。本稿ではこの流量不一致の原因について検討した。

2. 放流量推定式の解析

3 門のゲートを持つ小矢部大堰では、ゲート毎に

表-1 Toch の式

【自由流出】 $C_q = C_c \sqrt{\frac{1}{1 + (C_c a / h_1)}} \quad (1)$ $Q = B a C_q \sqrt{2gh_1} \quad (2)$ 【もぐり流出】 $\alpha = \frac{h_2}{C_c a} \quad (3) \quad \beta = \frac{h_2}{h_1} \quad (4) \quad \gamma = \alpha^2 - \frac{1}{\beta^2} \quad (5)$ $F = \{2(\alpha - 1) - \gamma\beta\}^2 - \gamma^2(\beta^2 - 1) \quad (6)$ $\psi = \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 + \frac{\gamma^2(\beta^2 - 1)}{\gamma\beta - 2(\alpha - 1) - \sqrt{F}} - 1 \quad (7)$ $C_q = \frac{(h_2/a)}{\sqrt{\psi + 1 - (h_2/h_1)^2}} \quad (8)$ $Q = B a C_q \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (9)$ h_1=堰上流水深, h_2=堰下流水深, C_c=縮流係数, a=ゲート開度, B=ゲート幅, C_q=流量係数, g=重力加速度	
--	--

表-2 F 式の解析

$\{2(\alpha - 1) - \gamma\beta\}^2 - \gamma^2(\beta^2 - 1) = 0 \quad (10)$ $F_r = \frac{q}{\sqrt{g(C_c a)^3}} \quad (11)$ $4\alpha^2 - 8\alpha + 4 - 2\alpha^2 F_r^2 + 8\alpha^2 \frac{1}{F_r^2} + 2\alpha F_r^2 - 8\alpha \frac{1}{F_r^2} + \alpha^4 - 8\alpha^4 \frac{1}{F_r^4} + 16\alpha^4 \frac{1}{F_r^8} = 0 \quad (12)$ $\alpha_1 = \frac{1}{2}\sqrt{C_1} - \frac{1}{2}\sqrt{C_2 - \frac{C_3}{\sqrt{C_1}}} \quad (13)$ $\alpha_2 = \frac{1}{2}\sqrt{C_1} + \frac{1}{2}\sqrt{C_2 - \frac{C_3}{\sqrt{C_1}}} \quad (14)$ $\alpha_3 = -\frac{1}{2}\sqrt{C_1} - \frac{1}{2}\sqrt{C_2 + \frac{C_3}{\sqrt{C_1}}} \quad (15)$ $\alpha_4 = -\frac{1}{2}\sqrt{C_1} + \frac{1}{2}\sqrt{C_2 + \frac{C_3}{\sqrt{C_1}}} \quad (16)$ q=単位幅流量, $C_1, C_2, C_3 = F_r$に関する多項式

Toch の式 (1) で放流量が推定されている。Toch の式は自由流出ともぐり流出をそれぞれエネルギー保存則と運動量保存則の連立方程式で表したモデル方程式の解析解である。このため、式の適用には自由流出ともぐり流出の判定が必要となる。小矢部大堰では表-1 式(7)が $F < 0$ で計算できないことを利用して $F < 0$ で自由流出, $F > 0$ でもぐり流出と判定している。しかし、Toch は流出形態を目視で判定しており、 F 値を用いた判定の水理学的根拠は不明である。

ここで、 $F=0$ の条件と表-1 式(6)から表-2 式(10)を得る。自由流出時の h_1 は表-1 式(2)で与えられる。また、ゲート下流に生じる射流のフルード数を表-2 式(11)で表す。さらに、 $a \ll h_1$ の場合を考えて表-1 式(1)から $C_q = C_c$ が成り立つとして式を簡略化すると表-2 式(12)に示す α に関する 4 次方程式を得る。この方程式の解に表-2 式(13)から(16)が得られる。ただし、 C_1 から C_3 は F_r で定まる値である。

平方根を含むこれらの解は虚数解となる可能性がある。そこで、複素数まで拡張して求めた解の実数部を図-1(1)に示す。図-1(1)で常実数部が負となる α_1, α_3 は見かけの解である。また、図-1(2)(3)(4)(5)に示す α_1 から α_4 の虚数部の挙動から $F_r > 1.7$ の範囲で虚数部はほぼ 0 となり、実数部で解が定まるのが分かる。このとき α_4 の実数部はほぼ 1 となり、射流部の水深 $C_c a$ と h_2 がほぼ等しい跳水を伴わない流れを表すと考えられる。また、平坦河床での共役水深比をよく知られる次式で与える。

$$\frac{h_{sub}}{h_{sup}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_r^2} - 1 \right) \quad (17)$$

ただし、 h_{sup} =射流水深, h_{sub} =常流水深, F_r =射流部のフルード数である。図-1(1)において、この共役水深比が $F_r > 7$ の範囲で α_2 とほぼ一致しており、 α_2 は共役水深関係を表すのが分かる。ただし、 F_r の小さい範囲で両者が一致しないのは $a \ll h_1$ を仮定したためである。また、図-2 は $h_1=3.33\text{m}$, $a=1.0\text{m}$, $C_c=0.606$ を与えて求めた F と

表-3 実験におけるゲート開度の設定

	左岸ゲート	中央ゲート	右岸ゲート
Case1	閉門	1.0m	閉門
Case2	閉門	0.5m	0.25m
Case3	0.25m	0.5m	0.25m

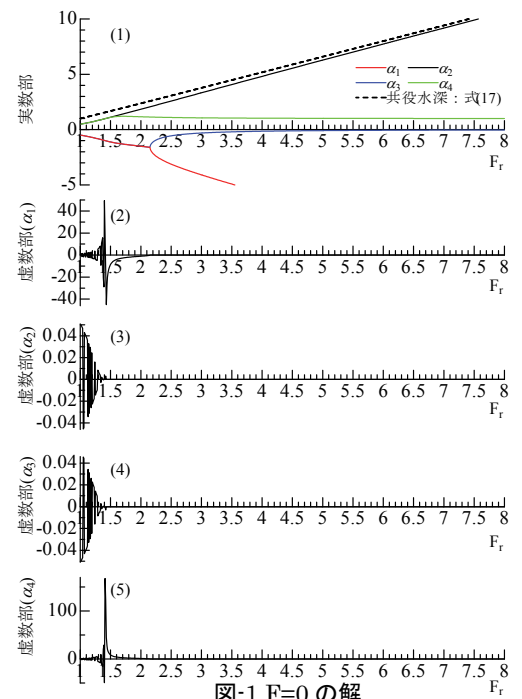


図-1 F=0 の解

h_2 の関係である。図中 $h_p=0.639\text{m}$ と $h_b=2.228\text{m}$ はそれぞれ縮流部の水深とその共役水深に一致し、負値解が 2 つ現れる。これは先の解析に一致する。また、常流水深 $h_b>h_2$ でもぐり流出($F>0$)、 $h_p<h_2<h_b$ で自由流出($F<0$)であり、 F 値の正負による判断の妥当性が確認された。しかし、 $0<h_2<h_p$ でもぐり流出となる。これは図-1(1)の $F_r<1.7$ にある意味の無い解である。このことから流出形態は $F=0$ の条件で求まる常流水深(図-2 の h_b に相当)と計測した h_2 の比較で判定するのが妥当であろう。

しかし、小矢部大堰には *Toch* の式で考慮されない台座がある(図-3)。この台座があるため射流が、自由流出によるのか、台座上で支配断面を經由して現れたのか分からない状況が見られた。そこで、本稿では以下の流量計算法を考えた。(a)各ゲートからの流れは互いに干渉せずに独立すると仮定する。(b)表-1 式(1)(2)で自由流出量 Q を求める。このとき比エネルギーの観点から水深は図-3 の h_1 と $C_c a$ を用いる。(c) Q と縮流部の水深 $C_c a$ を境界条件とする不等流計算で図-3 の h_{es} を求める。(d) $F=0$ のとき α は共役水深比を表すため、射流水深を表す $C_c a$ の代わりに図-2 の h_{es} を用いて α を算出する。こうして求めた α と図-2 の h_{1n} を用いて $F=0$ の条件から流出形態を判定するための境界となる水深 h_b (図-2 の h_b に相当)を求める。この h_b と計測された h_2 の比較により自由流出($h_b > h_2$)ともぐり流出($h_b < h_2$)を判定する。(e)自由流出であれば流出量は(b)で求めた自由流出量 Q であり、もぐり流出であれば $C_c a$ の代わりに h_{es} および上流水深と下流水深とゲート開度はそれぞれ図-3 の h_{1n} 、 h_{2n} 、 a を用いて式(3)~(9)で流量を求める。

3. 現地実験と提案法の適用

小矢部大堰で表-3 のゲート開度で放流を行い、ビデオで流出流況を撮影すると共に約 500m 下流で ADCP の曳航による流量観測を実施した。図-4(a)・5(a)・6(a)はそれぞれ Case1・Case2・Case3 で従来の F 値と映像による目視および提案法で判定した流出形態の時間変化である。これらの図はもぐり流出を+1、自由流出を-1 で表している。

中央ゲートのみが操作される Case1 と全ゲートが操作される Case3 で提案法により判定結果が改善した。Case2 では各ゲートで異なる流出形態が現れる 3 次元的な流れが形成されており、Case2 で改善がないのは鉛直 2 次元モデルに基づく *Toch* の式の適用限界であろう。また、図-4(b)・5(b)・6(b)は従来法と提案法で推定した流出量と ADCP の観測流量の比較である。計算流量に大きな違いがないのは従来法と提案法で流量の変わらない自由流出が卓越するためである。

4. まとめ

本研究では解析により *Toch* の式の水理学的意味を明らかにした。また、台座を持つ小矢部大堰での *Toch* の式の適用法を検討した。鉛直 2 次元モデルとしての限界はあるもののゲートの運用により流れの横断方向変化を小さくできれば本法は有用である可能性が示された。

参考文献

Toch, A : Discharge of characteristics of tainter gate, Proc. ASCE, 79 巻, 169 号, pp.1-20, 1953.

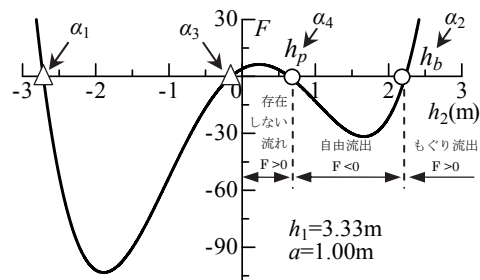


図-2 $F_r>1.7$ の範囲における F と h_2 の関係

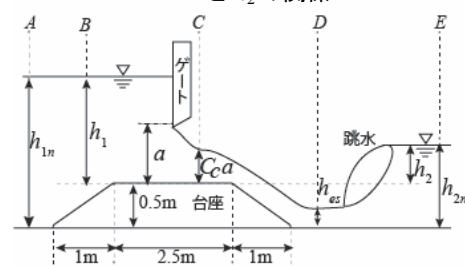


図-3 小矢部大堰のゲート縦断面図

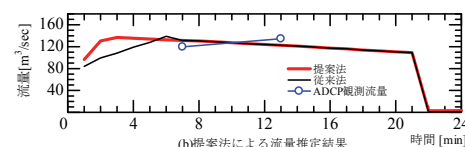
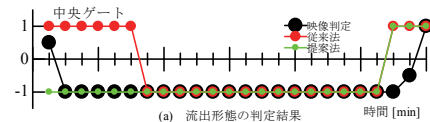


図-4 流量推定結果(Case1)

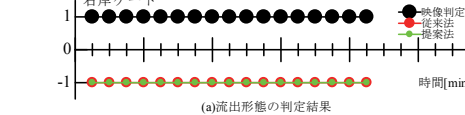
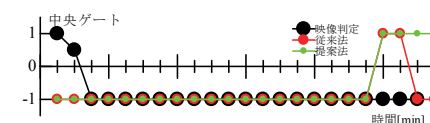


図-5 流量推定結果(Case2)

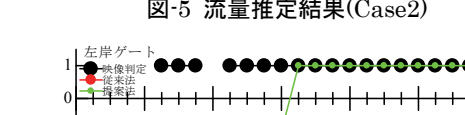
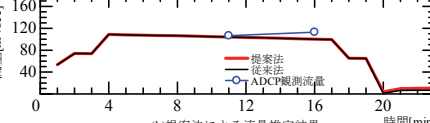


図-6 流量推定結果(Case3)