

局所平均を用いた円弧すべり計算の簡易信頼性解析法

岐阜大学 学生会員 ○間瀬将成
 岐阜大学 正会員 本城勇介
 岐阜大学 正会員 大竹 雄

1. 目的

地盤構造物の信頼性設計を考える上で地盤パラメータの空間的ばらつきの影響を評価することは重要課題のひとつである。本城・大竹・加藤²⁾は、Vanmarcke¹⁾の考え方を踏襲した局所平均の分散を用いる簡易解析を提案している。ここで、局所平均とは、対象構造物の性能を支配する地盤の「ある面積や体積」である。

本研究は、斜面安定問題における円弧すべり計算に着目し、局所平均の範囲 V を同定し、簡易解析の有効性を検証することを目的とする。

2. Vanmarcke の分散関数を用いた近似解法

1次元確率場の局所平均は、 x をその局所平均をとる長さ V の中心位置とすると、次式で表される。

$$Z_V(x) = \frac{1}{V} \int_{x-\frac{V}{2}}^{x+\frac{V}{2}} Z(u) du \quad (1)$$

Vanmarcke は、この局所平均の分散を記述する関数として、次の分散関数 $\Gamma^2(V/\theta)$ を提案した。

$$\sigma_{Z_V}^2 = E[(Z_V(x) - \mu_Z)^2] = \sigma_Z^2 \Gamma^2(V/\theta) \quad (2)$$

ここで、 σ_Z^2 は地盤パラメータのランダム成分の分散であり、地盤を確率場で記述する際の基本仮定に基づく。基本仮定の詳細は文献 2) を参照されたい。

(2)式で示された $\Gamma^2(V/\theta)$ は、仮定される自己相関関数の関数形に応じて、解析的に求められる。自己相関関数が指数型の分散関数は、次のようになる。

$$\rho(\Delta x) = \exp[-\Delta x/\theta] \quad (3)$$

$$\Gamma^2\left(\frac{V}{\theta}\right) = \left(\frac{V}{\theta}\right)^2 \left[2\left(\frac{V}{\theta} - 1 + \exp\left(-\frac{V}{\theta}\right)\right)\right] \quad (4)$$

Γ は最大 1.0 で V が大きくなるほど値が小さくなる関数である。つまり、局所平均の分散は元の分散よりも低減することを示している。さらに、三次元確率場の局所平均の分散は、容易に 3 次元に拡張できる((5)式)。

$$\sigma_v^2 = \Gamma^2(V_1/\theta_1)\Gamma^2(V_2/\theta_2)\Gamma^2(V_3/\theta_3) \quad (5)$$

2. 検証方法

2.1 解析モデル

図-1 に示す、1:2 の勾配をもつ斜面を対象に、確率場

の生成と円弧すべり計算を組み合わせたモンテカルロシミュレーション解析（以後、RCS 解析と呼称する）を行い、これを正解として、それを再現する局所平均の範囲 V を同定することを考える。

地盤は、粘性土地盤とし、粘着力 $c=22\text{kN/m}^2$ （内部摩擦角 $\phi=1^\circ$ ）、変動係数 $\text{COV}_c=0.30$ の正規分布を仮定し、自己相関距離 θ は、水平方向 θ_x と鉛直方向 θ_y に分離可能であるとし、各方向の影響を個別に評価するために、独立に変化させて検討した（表 1）。なお、MCS は 1000 回行い、円弧すべり解析手法は修正 Fellenius 法を用いている。

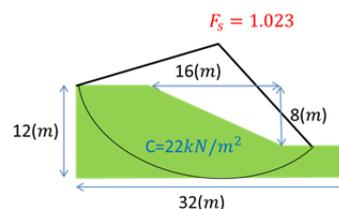


図-1 解析モデル図

表 1. 各ケースで変化させた自己相関距離 (m)

Parameter	value	notes
θ_x (Horizontal Case)	0.5, 1, 5, 10, 20, 100, 1000	$\theta_y=1000$
θ_y (Vertical Case)	0.5, 1, 5, 10, 20, 100, 1000	$\theta_x=1000$

2.2 最小安全率の定義

計算方法を以下の 2 つに区別して検討を行った。

①円弧固定型：地盤の不均質性を考慮せず、地盤の形状と地盤の平均定数から決まる最小安全率のすべり面に対して、場の生成を繰り返して、安全率を計算、集計する方法。

②毎回探索型：場を生成する度に、最小安全率を計算し集計する方法。

3. 解析結果

3.1 RCS 解析結果

図-2 は、「円弧固定型」で求めた安全率のヒストグラムで、自己相関距離別に 4 つの図を示した。なお、これ以降、ほぼ完全相関を仮定した場合（自己相関距離が $\theta_x=\theta_y=1000\text{m}$ 、「Primitive Case」と称す）を基準に結果を整理する。自己相関距離 θ_y が短いほど、安全率の

分散が低減されることが確認できる。

さらに図-3(a)は、自己相関距離 $\theta y=0.5m$ の「円弧固定型」と「毎回探索型」を比較した図であり、両者の解は概ね一致する。また、図-3(b)は、「毎回探索型」で計算される円弧を重ねて示したものであり、すべり線的位置に変化がないことが分かる。

3.2 近似解法における局所平均の範囲の設定方法

まず、図-4(a)に示すように、鉛直、水平に分離することを考え、 $V_x=27m$ 、 $V_y=12m$ とした場合を考える。図-5は、RCS解析の結果を Primitive Case で正規化したものと、この局所平均の範囲から(4)式に基づく分散関数を併設した図である。これより安全率の分散は、Horizontal Case では分散関数と一致するが、Vertical Case では V/θ の大きい時に分散関数よりも 0.1 程度大きな分散を示す結果となり有効な設定ではないことが分かる。

そこで、すべり線 L に沿った局所平均をとることを考える。すなわち、(1)式、(2)式は、(6)式、(7)式で表現することができる。※太文字はベクトルを表す。

$$R_c = \int_L^0 c dL \cong \sum_{i=1}^r c_l i = \mathbf{l}^T \mathbf{c} \quad (6)$$

$$\text{Var}[\mathbf{l}\mathbf{c}] = \sigma_{lc}^2 = E[(\mathbf{l}\mathbf{c} - \mu_{R_c})^2] = \mathbf{l}^T V(\mathbf{c}) \mathbf{l} \quad (7)$$

ここで、共分散行列 $V(\mathbf{c})$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}) &= V(c_i, c_j) = E[(c_i - \mu)(c_j - \mu)] \\ &= \sigma_c^2 \exp(-\Delta x/\theta x) \exp(-\Delta y/\theta y) \quad (8) \end{aligned}$$

以上により求まるすべり線に沿った安全率の分散と RCS の結果を併設したものが図-5 (b) であり、RCS 解析結果を良く再現することが分かる。

3.3 近似解法の計算手順と検証

STEP-1: 地盤の不均質性を考慮せず、一般的な円弧すべり計算方法により安全率 F_s を計算し、それ安全率の平均値とする。図-1 の場合、 $F_s=1.023$ と計算される。

STEP-2: 式(7)、式(8)に従い、すべり線に沿った局所平均の分散を計算する。図-1 の場合、 $L=32.04 m$ となり、 $\text{Var}(\mathbf{l}\mathbf{c})=637.9$ が得られる。

図-3(b)に示す実線は、この近似解法により計算される安全率の推定確率分布である。これが RCS 解析結果と良く整合しているため、本手法の妥当性が示された。

4. 結論と課題

円弧すべりを仮定した粘性土地盤において、空間的ばらつきの影響をすべり線に沿った局所平均で捉えることにより、適切に近似計算できることを示した。しかし、今回取り上げなかった砂質土地盤では、自己相

関距離が短い場合に、「円弧固定型」と「毎回探索型」は異なる結果を与える。そのため、砂質土地盤の信頼性解析方法については今後の検討課題とする。

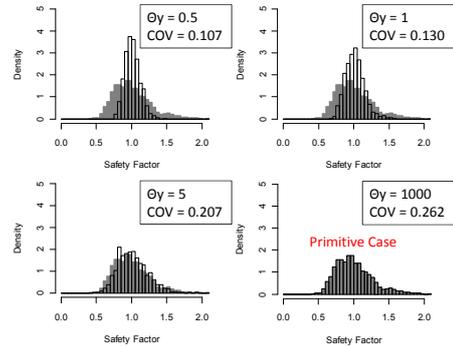
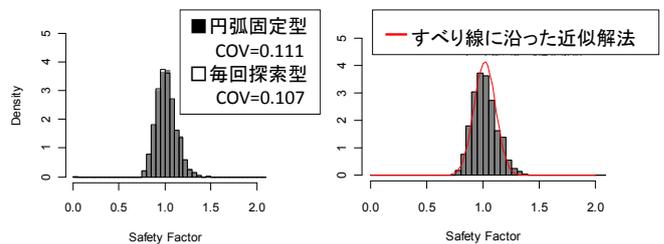
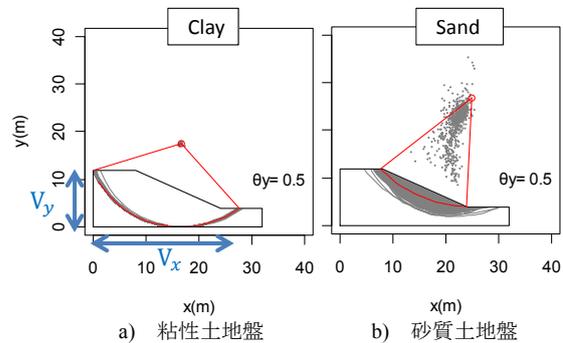


図-2. 「円弧固定型」の安全率のヒストグラム (Vertical Case)



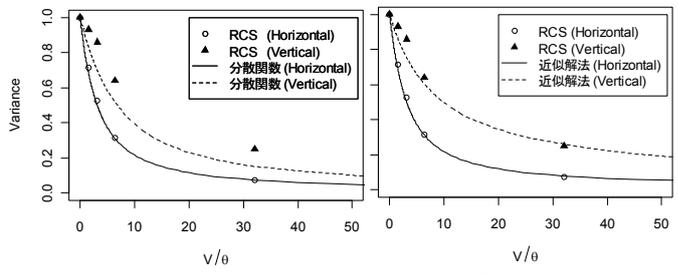
a) 計算方法別の比較 b) 近似手法別の比較

図-3. 変動係数 COV の比較 (Vertical Case $\theta y=0.5$)



a) 粘性土地盤 b) 砂質土地盤

図-4. 1000 パターンのすべり線



a) 分散関数 b) すべり線に沿った近似解法

図-5. 近似解法別の比較

参考文献

- 1) Vanmarke : Probabilistic Modeling Soil Profiles, Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(GT11), 1277-1246
- 2) 本城他 : 地盤パラメータ局所平均の空間的ばらつきと統計的推定誤差の簡易評価理論, 土木学会論文集 (c), Vol.68, No.1, 41-55, 2002
- 3) 大竹・本城 : 地盤パラメータ局所平均を用いた空間的ばらつき簡易信頼性評価法の検証, 土木学会論文集 (c), <投稿中>