

歴史潮位データを含めた極値モデルの検討

名古屋工業大学 学生会員 吉田 周平
 名古屋工業大学大学院 正会員 北野 利一

1. はじめに

一般に、長期の観測および十分なデータ数を解析に用いることができれば、推定精度は向上する。しかし、発生確率が希少な極大外力を取り扱う極値解析では、十分な観測記録を用いて解析できる場合は多くない。それゆえ、地層などから発掘された過去の津波や高潮といった歴史データを、極値統計解析にどのように取り込むのかといったことが検討されている。そこで、本研究では、図1に示すとおり、オランダの Hook of Holland の潮位データを用いた。1888~1994年の107年間の近年データ(年最大値)に、1501~1850年の350年間の中で観測された10個の歴史データ(観測誤差含む)を加えることで推定結果にどのような影響を与えるのか、および歴史データを活用する際の留意点について検討する。

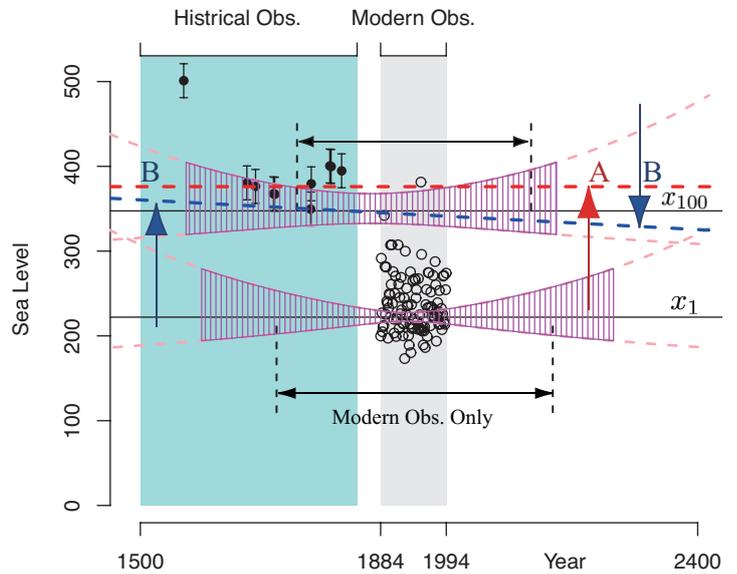


図1: 非定常モデルの可能性を考慮した信頼区間

2. 歴史データを取り扱う際の留意点

図中には、近年データのみで推定した、1年および100年確率潮位 x_1 , x_{100} を実線で示している。確率潮位 x_{100} に注目すると、歴史データが比較的大きいため、定常モデルで扱って確率潮位を推定し直した場合に、上方修正されることになる(図中のA)。しかし、非定常モデルで扱うと、将来に向けて外力規模が減少傾向と判断される危険性がある(図中のB)。防災の観点で、このような危険側の推定をするのは好ましくない。また、たとえ定常モデルで扱う場合でも、過去に観測されたデータを加えて将来のことを推定し直す際には、時間の順序を考慮した、何らかの非定常性を含める必要があると考える。

3. 耐久性の導入

北野ら(2008)は、確率外力の頻度の確からしさを評価する指標として経験度を導入し、再現期間の延長に対する外挿の限界を示してきた。一方、用いることのできる観測期間、観測記録が限られている極値解析では、外力の変化の傾向を検出することが難しい。よほど明確な差異がなければ、定常モデルを選択することが無難であるけれども、非定常の可能性を積極的に否定するわけではない。そこで、定常モデルを非定常モデルへと拡張する際に生じる誤差の特性を検討し、耐久性という指標を導入する。

いま位置母数 μ にトレンドがある、単純な非定常モデルを考える。このとき、経験度 K は、母数の誤差分散 $V(\theta)$ の逆行列である、観測情報行列 $I(\theta)$ を用いて、次式のように与えられる。

$$\frac{1}{K} = \frac{\nabla_{\theta}' \lambda(y_R; \theta) I^{-1}(\theta) \nabla_{\theta} \lambda(y_R; \theta)}{\lambda^2}; \quad \lambda(y; \theta) = \left(1 + \xi \frac{y - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}; \quad \mu = \mu_0 + \beta_{\mu} t, \quad \sigma = \sigma_0, \quad \xi = \xi_0 \quad (1)$$

ここで、 λ は、極値事象の生起率である。また、この時の情報行列 I は、定常モデルの情報行列 I_0 を拡大したもので、 I_0 から時間に依存する母数に対応する成分だけを抜き出した行列 $I_{j=1,2}$ を用いて、次のように表せる。

$$I = \begin{pmatrix} I_0 & \bar{t} I_1 \\ \bar{t} I_1' & \bar{t}^2 I_2 \end{pmatrix}; \quad I_1 = I_0 \mathbf{1}_{(\mu)}; \quad I_2 = \mathbf{1}'_{(\mu)} I_0 \mathbf{1}_{(\mu)}; \quad \mathbf{1}_{(\mu)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

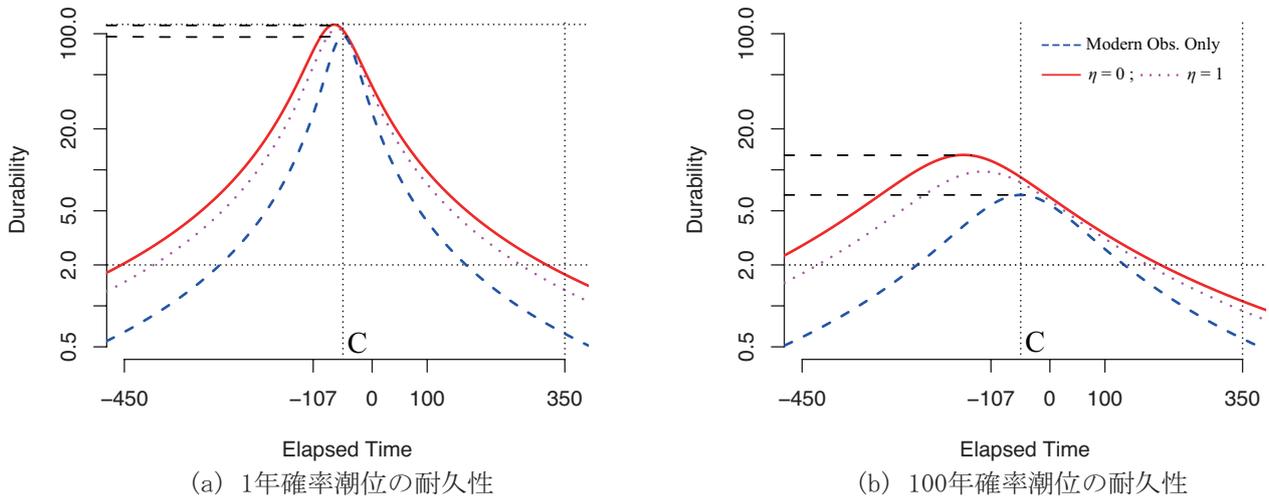


図 2: 耐久性による外挿限界の検討

この非定常モデルに対する経験度を，定常モデルに対しては耐久性とよぶ．これは，非定常モデルが真であった場合に，偽の定常モデルを用いても破綻しない目安を与える指標である．また，耐久性が得られれば，その値をガンマ分布の形状母数に与えることで，図 1 に示すような信頼区間が描ける．この信頼区間は上下に歪んでおり，時間の経過とともに耐久性が変化するため，その幅も変化していく．

4. 歴史データを含めた極値解析

観測誤差を伴う歴史データを，近年データに含められるのかどうかは，対数尤度関数の微係数の大きさから，別途検討が必要である．また，観測誤差に汚染された歴史データを，近年データに含めて解析する場合の情報量 I は，近年データの情報量 I_M と，歴史データの情報量 I_H を歴史データの持つ曖昧さのパラメータ η を用いて割り引いたものの総和， $I_M + I_H / (1 + \eta)$ を用いる．

図 2-(a),(b) にそれぞれ，確率潮位 x_1 および x_{100} の耐久性を示す．横軸は観測期間直後 (1994 年) からの経過時間 L である．経験度が，再現期間の延長に対する外挿の限界を示すのと同様に，耐久性は， $K = 2$ を下限に，将来に向けての時間軸での外挿の限界を示している．近年データのみの場合 (破線) は，耐久性は近年データの観測期間の中央， C において最大となり，歴史データを含めた場合は，その情報に引っ張られるため，再現期間の長い確率外力ほど耐久性のピークは左側にシフトする．それゆえ，歴史データが耐久性に及ぼす寄与は小さくなる．また，観測誤差を考慮しないとき ($\eta = 0$) (実線) は，近年データの場合に比べて，時間軸に対する外挿領域が， x_1 では 150 年程度， x_{100} では 60 年程度延伸される．しかし，観測誤差により歴史データの情報が半分になったとき ($\eta = 1$) (点線) において， $\eta = 0$ のときと比較しても，耐久性の減少は軽微であることがわかる．一方で，350 年間の歴史データを加えても，どちらの確率潮位も，時間軸上で 350 年の外挿ができないことが確認できる．

また，図 1 は， $\eta = 1$ の場合の耐久性を用いて算出された，再現レベルの信頼区間である．矢印で示した近年データのみの場合よりも，外挿領域が延伸されていることがわかる．これは，近年データに歴史データを加えることによって観測期間が長くなり，確率外力に伴う不確定性の増大を抑えることができるためだと考える．確率外力に伴う不確定性が，将来に向けて増大していくことから，耐久性の低下が，確率外力の算定の更新時期の目安を示しているとも言える．

5. おわりに

本研究では，経験度を発展させた耐久性を導入することで，時間軸に対する外挿について検討した．歴史データの情報を取り込むことによって，耐久性が増加し，時間軸に対する外挿領域が延伸する．しかしながら，再現期間の長い確率外力になるほど，歴史データの情報に引っ張られるために，耐久性のピークは歴史データ側にシフトし，歴史データの観測期間での耐久性の増大は顕著であるが，その一方，将来の期間での耐久性の増加はそれほど大きくないことを確認した．