

新たな代数的な気液混相流の境界追跡法の提案

名古屋大学大学院工学研究科 正会員 ○李 光浩
名古屋大学大学院工学研究科 正会員 水谷法美

1. はじめに

最近、海岸工学分野においては、混合しない液相と気相の非圧縮性ニュートン流体を考慮した混相流モデルが適用されることが多い。このような混相流モデルでは各相の界面の挙動の追跡が必要不可欠であり、最終的には計算精度を左右する。界面の追跡手法は、有限要素法、境界適合座標系、ラグランジュアン法のように計算格子を界面変形に追従させながら解析する方法と計算格子の再構成を必要としない手法である MAC 法、Level-Set 法、VOF 法などに大きく分けることができる。その中で、流体の占有率に着目した VOF 法がよく用いられてきた。VOF 系の界面追跡法は流体率の流束を求める際に自由表面形状の情報が必要となり、計算範囲や格子解像度に比例して計算負荷が増加する。一方、李・水谷（2011）は自由表面形状の情報が必要となる従来の VOF 系の境界追跡法に対し、自由表面形状の構築を行わずに界面追跡が可能となる代数的な気液混相流の境界追跡法である THINC 法（Xiao ら、2005）を波浪場へ適用した。THINC 法は、一つのセルの中での不連続な流体率に対し双曲型タンジェント関数をモデル関数として活用し、数値流束を求める方法である。しかし、李・水谷（2011）によると THINC 法を波動場へ適用する場合、数値振動による水面変動の追跡性能が低くなることが報告されている。そこで、本研究では、THINC 法に基づいた水面変動の追跡性能を改良するため、数値流束を制御することによって THINC 法の性能向上を試みた。

2. 数値計算手法

各相の境界面形状は、液相に対する流体率関数の時間発展を次式の移流方程式から求められることによって追跡できる。

$$\frac{\partial C_w}{\partial t} + \nabla \cdot C_w \mathbf{V} = C_w (\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (1)$$

上記の式は、時間項に前進差分を、移流項に中央差分近似を適用し、離散化される。既存の VOF 法では、流体率関数の移流計算の時に数値拡散の制御とシャープな自由水面の形状を維持するため、風下側の自由水面形状と移流によって移動される流体形状の連続性に注意しながら流体率関数を決定する。そのため、流体率関数の流束を計算する際には、界面のセルにおいて自由水面の形状を再構築する必要がある。また、自由水面の形状は、計算に利用される座標軸のうちの一つと鉛直となるように決定されるため、流体率関数の移流面と自由水面の関係は、鉛直または平行となる。これに対して、THINC 法では、一つのセルの中での不連続な流体率を以下のような双曲型タンジェント関数をモデル関数として活用する。

$$\alpha_i(x) = \frac{\alpha_{\max}}{2} \left\{ 1 + \gamma \tanh \left[\beta \left(\frac{x - x_{i-1/2}}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} - \delta_i \right) \right] \right\} \quad (2)$$

ここで、 α_{\max} は隣接セルの流体率の最大値、 γ は界面勾配の方向、 β はモデル関数の勾配を制御する変数、 δ_i はモデル関数のジャンプの中心座標である。このモデル関数を用いて各セルにおける流束を以下のように求められる。

$$f_{i+(1/2)} = - \int_{x_{i+1/2}}^{x_{i+1/2} - u\Delta t} \alpha_i(x) dx, \quad u \geq 0 \quad (3)$$

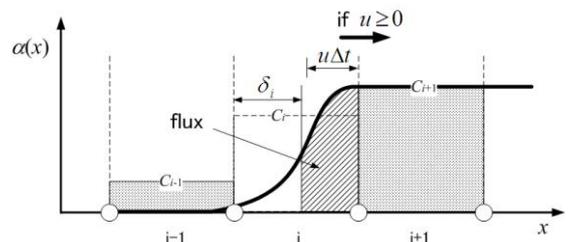


図-1 THINC 法による流束計算

$$f_{i+(1/2)} = \int_{x_{i+1/2}}^{x_{i+1/2}^{-u\Delta t}} \alpha_{i+1}(x) dx, \quad u < 0 \quad (4)$$

以上の THINC 法による流束計算の概念を図-1 に示す. しかし, 前述したように既往の THINC 法は海面付近でリップルが現れる問題がある. そこで本研究では, 上記の流束を求める際に Boris・Book (1973) による FCT (Flux-corrected transport) 手法を適用することによって数値振動を制御した. FCT 法は低精度スキームと高精度スキームによって計算される流束の加重平均からネット流束を計算する. 特に, 加重平均の重みは高精度スキームによるリップルが発生しない最大範囲まで行われ, オーバーシュートやアンダーシュートを防止する.

3. 計算の結果と考察

本稿では, Zalesak ディスク問題に対して既往の VOF 法と THINC 法および本研究で提案する FCT-THINC 法の流束計算の特性を調べた. Zalesak ディスクは図-2 に示すような半径 0.17, 幅 0.05, 長さ 0.27 のスロットを有するディスクを一定の速度場 ($u=\pi/314(0.5-y)$, $w=\pi/314(x-0.5)$) によって回転させた. また, 計算で用いられた格子解像度は 100×100 であり, 628 回の計算で一回の完全回転ができるように設定した. 図-3 から 5 に界面追跡手法の違いによる Zalesak ディスクの計算結果を示す. 図中の左図は half revolution の結果を右図は one revolution の結果を表す. 図-3 からわかるように既往の VOF 法では, half revolution のとき, 既に数値拡散が生じ, 移流計算後の計算領域に小滴 (small droplets) が発生する. THINC 法の場合は, VOF 法のような移流後の残像は見られないが, VOF 法と比べてディスク形状の追跡性が低下することが図-4 から見受けられる. 一方, 本稿で提案した FCT-THINC 法は one revolution 後にも Zalesak ディスクの初期状態を良好に再現していることが確認でき, 界面の挙動を高精度で追跡可能なツールとして期待できる.

4. おわりに

本稿では, 代数的な気液混相流の境界追跡法である THINC 法に FCT 手法を導入し, 界面の追跡性能の向上を試みた. その結果, FCT-THINC 法は既往の界面追跡法に比べ, 良好な界面の追跡性能があることを確認した. 今後, FCT-THINC 法の波浪場への適用性について検討する予定である.

参考文献

李・水谷 (2011) : 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol. 67, pp.L36.

Xiao, F., Y. Honma and T. Kono (2005): Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 48, pp. 1023-1040.

Boris, J.P. and Book, D.L. (1973): J. Comput. Phys., Vol. 11, pp.38-69.

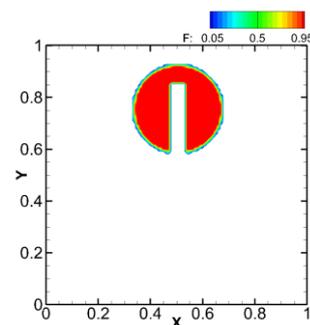


図-2 初期の Zalesak's disk

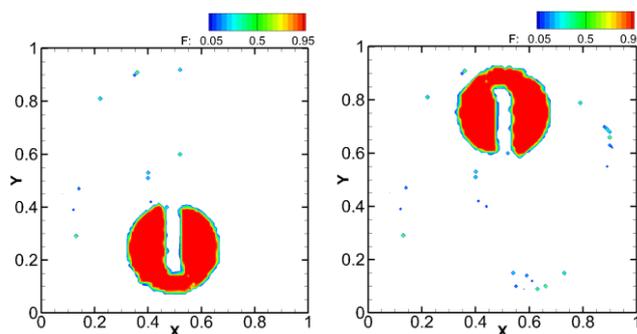


図-3 VOF 法による計算結果

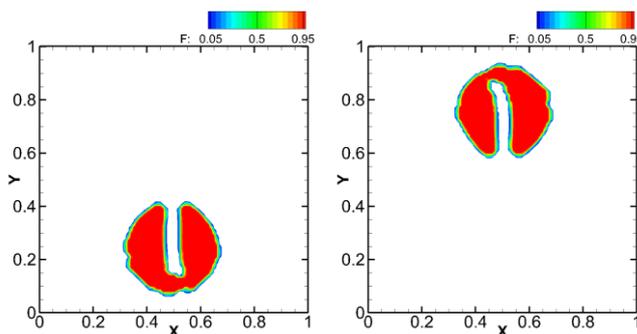


図-4 THINC 法による計算結果

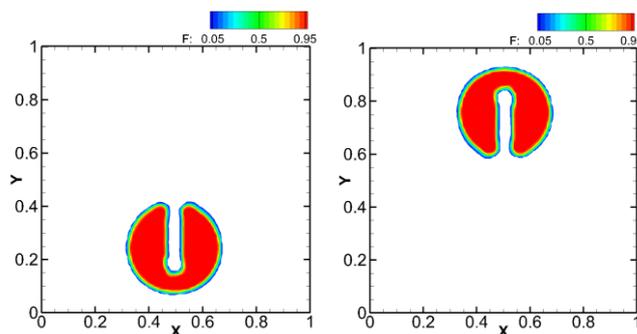


図-5 FCT-THINC 法による計算結果初期