転波列性泥流のサージ波長に関する検討

名城大学理工学部　正会員　新井宗之

1． まえがき：

鹿児島県・桜島の野尻川等で観測される泥流状の土石流は，日本の急傾斜地で発生する流れの先端に巨礫を集合させて流れる石礫型土石流とは異なり，流れの先端部に巨礫を集合させることなく河道勾配 5° 程度のところも流下する．また，含有する粒子も火山灰を主成分とするような砂程度の粒径で粘土粒子の含有割合は少ない．このため流れの構造は，粒子衝突のみを考慮したダイラタント流体モデルのような応力構造ではなく，混合・粒子衝突の効果が卓越する流れであると考えられる．

このような泥流型土石流のサージ波長・周期に関する研究は非常に少ない．本研究では，このような非粘着性粒子を高濃度に含有する転波列性泥流のサージ波長・周期について理論的，実験的に検討する．

2．非粘着性粒子含有の泥流サージ波長

基礎方程式として，一次元流れの運動方程式，連続式を用いる．波速 c により，流速 v および水深 h を $v(x,t) = U(x-ct) = U(\xi)$，$h(x,t) = H(x-ct) = H(\xi)$，$\xi = x - ct$ により移動座標系で表わすと，運動方程式，連続式は次式のようになる．

$$c\frac{\partial U}{\partial \xi} - \beta U\frac{\partial U}{\partial \xi} + c\left(1-\beta\right)\frac{U}{A}\frac{\partial A}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial \xi} = -g\sin\theta + g\cos\theta\frac{\partial H}{\partial \xi} + \frac{f'}{2}\frac{U^2}{R} \tag{1}$$

$$\left(U-c\right)\frac{\partial A}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial \xi} + A\frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \tag{2}$$

ここに，v ：断面平均流速，A ：流積，g ：重力加速度，θ ：水路勾配，R ：径深，h ：水深，β ：運動量補正係数，f' ：摩擦損失係数.

運動方程式の左辺第１項は加速度項，第２項は移流項，第３項は流積の変動による応力項，右辺第１項は水路勾配により生じる質量力の成分，右辺第２項は水面勾配による圧力差としての作用力，第３項は底面摩擦応力による抵抗項である．

上式より水面形の式として次式を得る．

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{-A\left\{g\sin\theta - \dfrac{f'}{2}\dfrac{U^2}{R}\right\}}{\left\{\left(\beta U - c\right)\left(U-c\right) + c\left(1-\beta\right)U\right\}\dfrac{\partial A}{\partial H} - gA\cos\theta} \tag{3}$$

水深に比して幅 B の広い長方形断面であると仮定し，摩擦損失係数 $\dfrac{f'}{2}$ と流速系数 $\varphi = \dfrac{U}{U_*}$ の関係,

$$\frac{f'}{2} = \left(\frac{U_*}{U}\right)^2 = \frac{1}{\dfrac{U}{U_*}\varphi} \tag{4}$$

および進行流量 $K = (c-U)H$ の関係を用いると，水面形方程式は次式のように表わすことができる．

$$\frac{dH}{d\xi} = \tan\theta\frac{H^3 - \dfrac{U_* c}{g\sin\theta\varphi}H^2 + \dfrac{U_* K}{g\sin\theta\varphi}H}{H^3 + \dfrac{(\beta-1)c^2}{g\cos\theta}H^2 - \dfrac{\beta K^2}{g\cos\theta}} \tag{5}$$

支配断面の水深を H_0 とすると分子，分母で共通根 H_0 を有することから，水面形の方程式はさらに次式の関係となる．

$$\frac{dH}{d\xi} = \tan\theta\frac{(H-H_A)(H-H_B)}{H^2 + (H_0+\psi_3)(H+H_0)} \tag{6}$$

ここに,

$$H_A = \frac{1}{2}\left[(\psi_1 - H_0) + \sqrt{(\psi_1-H_0)^2 + 4\{H_0(\psi_1-H_0) - \psi_2\}}\right] \tag{7}$$

$$H_B = \frac{1}{2}\left[(\psi_1 - H_0) - \sqrt{(\psi_1-H_0)^2 + 4\{H_0(\psi_1-H_0) - \psi_2\}}\right] \tag{8}$$

$$\psi_1 = \frac{U_* c}{g\sin\theta}\frac{1}{\varphi} \tag{9}$$

$$\psi_2 = \frac{U_* K}{g\sin\theta}\frac{1}{\varphi} \tag{10}$$

$$\psi_3 = \frac{(\beta-1)c^2}{g\cos\theta} \tag{11}$$

である．また，流速係数 φ は，粒子衝突と粒子と間隙水が一体となって混合する応力を考慮した新井・高橋 [1] の泥流型土石流の抵抗則を用いると，平均流速式は次式のようである．

平均流速式 U は,

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa}\left[\sinh^{-1}\left(\frac{H}{\phi_1}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{y_0}{\phi_1}\right) - \sqrt{1+\left(\frac{\phi_1}{H}\right)^2} + \left(\frac{\phi_1}{H}\right)\right] \tag{12}$$

ここに，$\phi_1 = \sqrt{\lambda^2\left(\frac{a_i\sin\alpha}{\kappa^2}\right)\left(\frac{\sigma}{\rho_m}\right)}d$,

$$y_0 = \begin{cases} 滑面の場合：\ y_0 = \dfrac{a\nu_0}{U_*},\ a = \dfrac{1}{9.025} \\ 粗面の場合：\ y_0 = b\,k_s,\ b = \dfrac{1}{30} \end{cases} \tag{13}$$

$$\lambda = \left\{\left(\frac{C_*}{C}\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right\}^{-1}.$$

ここで，λ：線濃度，h：水深，ρ：間隙流体の密度，σ：固体粒子の密度，C：濃度，C_*：最充填濃度，d：粒径，$\rho_m = \rho + (\sigma - \rho)C$：平均密度，$\kappa$：カルマン定数，$a_i \sin\alpha$：バグノルドの定数 (0.022)，$\nu_0$：間隙流体の動粘性係数，$k_s$：相当粗度，$U_* = \sqrt{gH\sin\theta}$，$\theta$：水路勾配.

したがって，水面形の式 (6) を ξ，H について解くことにより，ξ と H の関係を得ることができるが，流速係数 φ に H に関する逆双曲線関数を含んでいるため解析的に解くことは今のところ困難である．このため，流速係数 φ を H_0 による定数として，一次近似としての解析解を求め，$\xi = \xi_b$ で最大水深 $H = H_b$，$\xi = \xi_f$ で最小水深 $H = H_f$ とすると，泥流サージの波長 λ_m は，$\lambda_m = \xi_b - \xi_f$ であるから，解析解による波長 λ_{mt} は次式のようである.

$$\lambda_{mt} = \frac{1}{\tan\theta}\left[\left(H_b - H_f\right) + \frac{{H_A}^2 + H_A\,(H_0+\psi_3) + H_0\,(H_0+\psi_3)}{H_A - H_B}\ln\frac{H_b - H_A}{H_f - H_A} - \frac{{H_B}^2 + H_B\,(H_0+\psi_3) + H_0\,(H_0+\psi_3)}{H_A - H_B}\ln\frac{H_b - H_B}{H_f - H_B}\right] \tag{14}$$

３．実験の概要及び考察

実験水路は**図 1** に概念図で示している．水路長は 28m，幅 10.0cm，深さ 10.0cm の両側壁透明塩化ビニール製，水路床はアルミ製の可変勾配水路である.

水と粒子の混合の流れは，水路下流端に設置されているポンプ (テラダ PX-750) で水路上流端までビニールパイプで流送され，整水槽を通して水路に供給される循環式水路である．ポンプはボルテックス型のもので 3mm 程度の粒子を流送可能である．実験条件を**表 1** に示す．実験に使用した粒子は，石炭粒粒子 (No.1) およびポリプロピレン粒子 (No.2) で，石炭粉粒子は中央粒径 d_{50}=0.67mm，粒子密度 σ=1.41g/cm^3，粒子の最充填濃度 C_*=0.57 である．また，ポリプロピレン粒子は，長径 2.97mm，短径 2.14mm，長さ 2.97mm の円柱状の形状で，名目直径 d は d_{50}=2.9mm，粒子密度 σ=1.06g/cm^3，粒子の最充填濃度 C_*=0.54 である.

その実験結果の波長 λ_{me} と式 (14) による理論的な波長 λ_{mt} との関係を**図 2** に示す．図の横軸は式 (14) による計算結果で，縦軸は実験結果である．カルマン定数 κ は，濃度 C が $C = 0.2$ 程度で最小の $\kappa \approx 0.2$ 程度になることが実験等で明らかにされているが，ここでは $\kappa = 0.12$ を用いている．また，No.2 の場合，$h/d = 4.5$ でダイラタント流体モデルの適応範囲であるため，流速係数には実験結果の流速を用いている．実験結果と計算結果の関係によると，理論値よりも実験結果の方が大きな波長を示している.

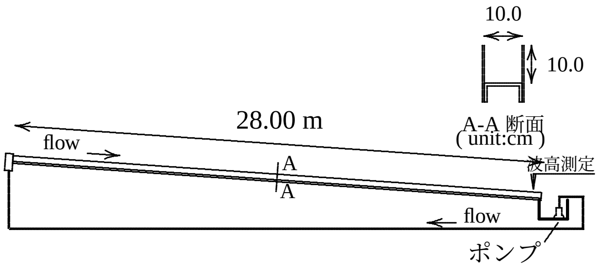

図 1 実験水路概念図

表 1 実験条件

No.	θ (deg.)	Q (cm^3/s)	h (cm)	v cm/s	d_{50} cm	σ g/cm^3	C
1	2.5	2148	1.6	134.4	0.067	1.41	0.177
2	3.0	1745	1.3	134.1	0.29	1.06	0.165

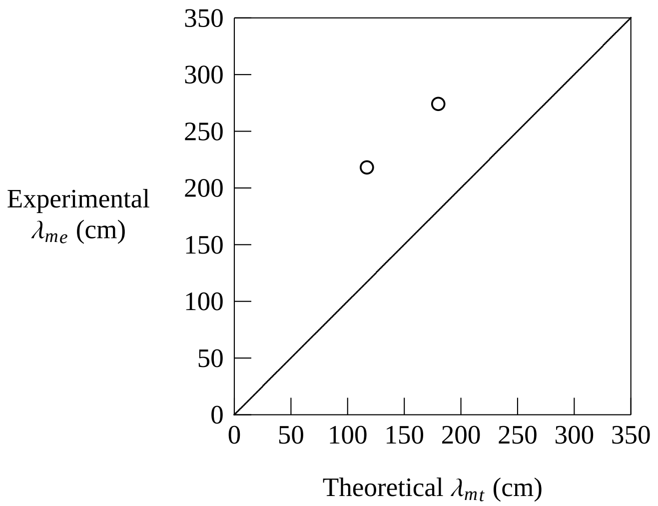

図 2 理論波長 λ_{mt} と実験結果 λ_{me} との関係

４．結語

泥流の転波列性サージ波長について，理論的ね検討を行うとともに，実験結果との対応を考察した．高濃度泥流の抵抗則には逆双曲線関数を含み水面形の解析解を得ることが困難なため厳密解としての理論的な波長を定めることができない．このため，近似解の一つとして，抵抗則の流速係数を等流水深を用いた定数として，解析解を導出した．この解析解による波長と実験結果との関係は，実験データ数が少ないため十分な対比ではないが，理論的な結果は，実験結果よりも小さな値を示している.

謝辞：実験は京都大学防災研究所宇治川オープンラボラトリーの施設を使用した．ここに記して謝意を表します.

参考文献：1) 新井宗之、高橋保：泥流型土石流の流動機構，論文報告集，土木学会，II, No.375，pp.69-77，1986.11.