

代数的な気液混相流の境界追跡法の波浪場への適用

名古屋大学大学院 正会員 ○李 光浩
名古屋大学大学院 正会員 水谷法美

1. はじめに

混相流モデルは各々の流体中に形成される乱れや速度勾配および温度などが異相に及ぼす影響まで考慮する微視的なモデルから異相間の微細構造を無視して適当な平均化操作によって得られる混相流モデルまで様々なモデルが提案されてある。海岸工学分野においては、主に混合しない液相と気相の非圧縮性ニュートン流体を考慮し、それぞれの流体は違う相の流体と明確な界面で区別できるものと仮定することによって得られた一流体モデル (one-filed model for immiscible multi fluids) が適用されることが多い。このような混相流モデルでは各相の界面の挙動の追跡が必要となり、最終的には計算精度を左右する。本研究では、自由表面形状の情報が必要とする従来の VOF 系の境界追跡法に対し、自由表面形状の構築を行わずに界面追跡が可能となる代数的な気液混相流の境界追跡法である THINC (tangent of hyperbola for interface-capturing) 法¹⁾の波浪場への適用性を検討する。

2. 基礎方程式

混合しない液相と気相の非圧縮性ニュートン流体を考慮し、異相間の明確な界面が区別できるものと仮定すると、各相の境界面形状が追跡できれば、非混合流に対して以下のように定式化される。

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \tilde{q} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{\nabla p}{\hat{\rho}} + \nabla \cdot (2\hat{\nu} \mathbf{E} - \boldsymbol{\tau}) - \frac{2}{3} \nabla \{ \hat{\nu} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \} + \mathbf{F}_b - \gamma \mathbf{V} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{V} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ は各相の速度ベクトル、 p は圧力、 $\tilde{q} = q/\Delta x_s$ は造波ソース、 q は造波ソース位置 $x = x_s$ におけるわき出し強さ、 Δx_s は $x = x_s$ での x 方向の格子長、 t は時間、 γ は付加減衰領域で正の値を持つ減衰係数、 $\mathbf{F}_b$ は重力や表面張力などの影響による任意の体積力、 $\mathbf{E}$ はひずみ速度テンソルである。また、 $\hat{\rho}$ と $\hat{\nu}$ は、それぞれ計算格子上的平均密度と平均動粘性係数であり、局所質量の線形和として各相を代表する流体率を用いて以下のように求められる。

$$\hat{\rho} = C_f \rho_w + C_g \rho_g \quad (3)$$

$$\hat{\nu} = C_f \nu_w + C_g \nu_g \quad (4)$$

ここで、 C は $0 \leq C \leq 1$ の範囲にある流体率関数であり、下付きの文字は各相を示す。各相に対する流体率は、非混合流体を考えているため、液相の流体率関数を追跡できれば気相の流体率は容易に求められる。上記の基礎方程式をデカルト座標のスタッガード格子に基づいて離散

化し、双曲線方程式の数値解析において数値拡散が少ない安定的なアルゴリズムである M-CIP 法²⁾を用いて解いた。

3. THINC 法による自由界面追跡

前述したように気液二相流を解析する場合、自由表面形状を精度良く追跡しなければならない。各相の境界面形状を追跡は、液相に対する流体率関数 C_f の時間発展を次式の移流方程式から求められる。

$$\frac{\partial C_f}{\partial t} + \nabla \cdot C_f \mathbf{V} = C_f (\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (5)$$

界面を追跡する手法は、有限要素法、境界適合座標系、ラグランジュアン法のように計算格子を界面変形に追従させながら解析する方法と計算格子の再構成を必要としない手法である MAC 法、Level-Set 法、VOF 法などに大きく分けることができる。その中で、流体の占有率に着目し、輸送される流体の体積を保存するために高精度な Donor-Acceptor 法を採用した VOF 法がよく用いられている。一方、従来の VOF 系の界面追跡法は流体率の流束を求める際に自由表面形状の情報が必要となり、計算効率が低くなる。そこで、本研究では、Xiao らによって提案された THINC 法¹⁾を波浪場への適用を試みた。THINC 法は式(5)の数値流束を求める際に一つのセルの中での不連続な流体率を以下のような双曲型タンジェント関数をモデル関数 $\alpha(x)$ として活用し、数値拡散や振動を制御する方法である。

$$\alpha_i(x) = \frac{\alpha_{\max}}{2} \left\{ 1 + \gamma \tanh \left[\beta \left(\frac{x - x_{i-1/2}}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} - \delta_i \right) \right] \right\} \quad (6)$$

ここで、 $\alpha_{\max} = \max(C_{f,i+1}, C_{f,i-1})$ は隣接セルの流体率の最大値、 $\gamma = \text{sgn}(C_{f,i+1} - C_{f,i-1})$ は界面勾配の方向、 β はモデル関数の変化率を制御する変数、 δ_i はモデル関数のジャンプの中心座標であり、次式を満たすように決める。

$$\frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \alpha_i(x) dx = C_{f,i} \quad (7)$$

式(7)から得られた δ_i を式(6)に代入すると各セルにおいてモデル関数 $\alpha(x)$ が得られる。このモデル関数を用いて各セルにおける流束 $f_{i+(1/2)}$ を以下のように求められる。

$$f_{i+(1/2)} = - \int_{x_{i+1/2}}^{x_{i+3/2}} \alpha_i(x) dx, \quad u \geq 0 \quad (8)$$

$$f_{i+(1/2)} = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \alpha_{i-1}(x) dx, \quad u < 0$$

図-1 に THINC 法による流束計算の概念を示す。各セルの流束 $f_{i+(1/2)}$ から流体率関数 C_f の時間発展は次式で求める。

$$C_f^{n+1} = C_f^n - (f_{i+(1/2)} - f_{i-(1/2)}) / \Delta x + C_f^n (u_{i+(1/2)} - u_{i-(1/2)}) / \Delta x \quad (9)$$

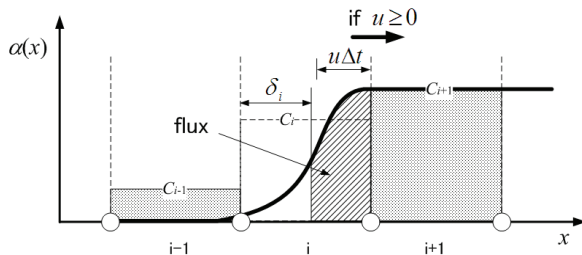


図-1 THINC 法による流束計算

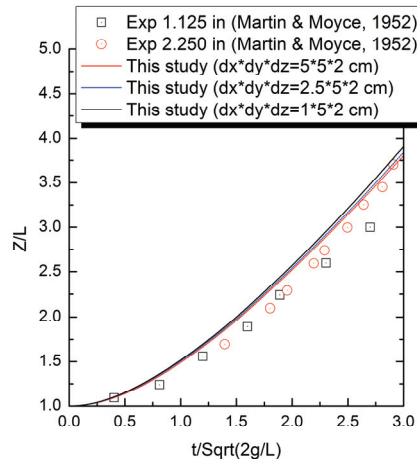


図-2 ダムブレイクによる段波先端位置

4. 計算結果と考察

(1) ダムブレイク問題

まず、THINC 法をダムブレイクによって発生する自由表面の追跡に適用した。ダムブレイクの計算では、Martin and Moyce³⁾ の実験に従って計算空間分解能を変化しながら計算を行った。図-2 に段波先端位置に対する計算結果と実験結果の比較を示す。THINC 法による水面の追跡結果は実験結果に比べ、底面摩擦の未考慮による伝搬速度に多少ずれが生じるものの、全般的に良好に再現していることがわかる。また、空間分解能の変化によって伝搬時間につれて段波先端位置が若干異なるが、従来の VOF 法に比べてその差は小さく、格子の依存性が比較的低いことを確認した。

(2) 潜堤上の波浪場問題

潜堤が設置された波浪場では潜堤の天端水深による急激な水深変化によって激しい水面変動が生じる。そこで、THINC 法を矩形潜堤周辺の波浪変形に適用し、Losada ら⁴⁾ による実験と比較することで、THINC 法の波浪場への適用性を検証した。THINC 法と従来の VOF 法によって追跡した潜堤周辺における水面変動の計算結果と実験値を比較したものを図-3 に示す。図中の(a)は潜堤の前面、(b)と(c)は天端上、(d)と(f)は背後での水面変動を表す。また、THINC 法の計算では、モデル関数の変化率(勾配)を制御する β 値を $\beta_x = \beta_z = 1$ と $\beta_x = 2, \beta_z = 3$ をそれぞれ適用した。 $\beta_x = \beta_z = 1$ を用いた THINC 法の計算結果と実験値はよく整合しているが、 $\beta_x = 2, \beta_z = 3$ の場合は水面の乱れが現れ、潜堤背後の水面変動の追跡性能が低く

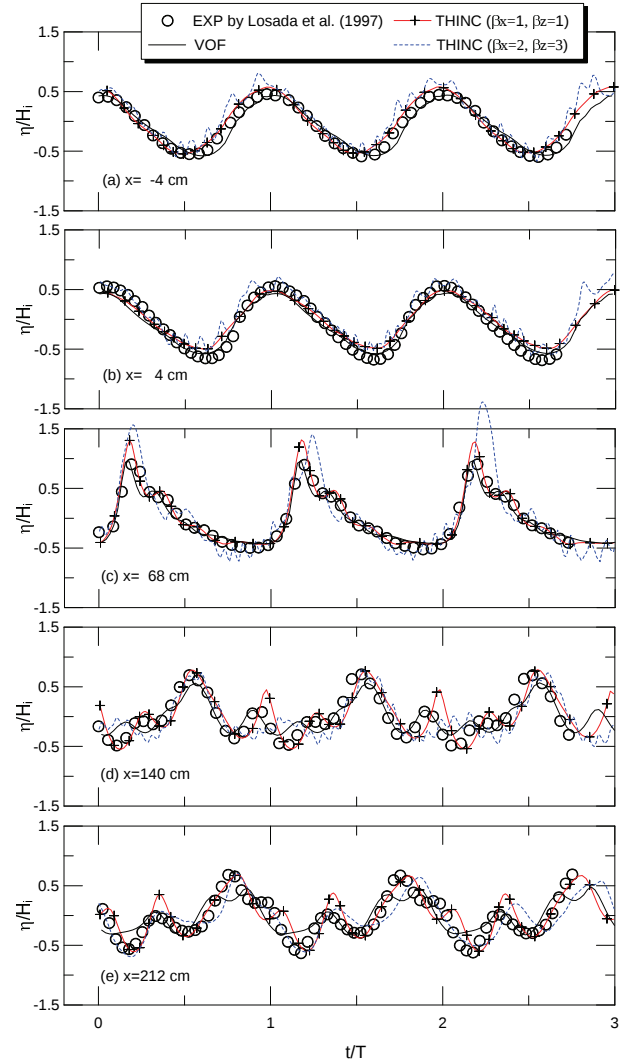


図-3 矩形潜堤周辺の波浪変形の計算結果

なることが確認された。従来の VOF 法による計算値と比較すると $\beta_x = \beta_z = 1$ を利用した場合は VOF 法とほぼ同様な結果が得られることが確認できる。

5. おわりに

本研究では、代数的な境界追跡法である THINC 法の波浪場への適用性を試みた。その結果、従来の VOF 法と同様な再現性があることを確認した。THINC 法は数値流束を求める際に自由表面形状の構築を行わずに計算することができ、非常に簡単なスキームであり、高い計算効率を維持することが可能であることを明らかにした。しかし、モデル関数の変化率 β によって水面に振動が発生するなど更なる検討の余地が残されている。

〈参考文献〉 1) Yokoi, K: Efficient implementation of THINC scheme: a simple and practical smoothed VOF algorithm, *Journal of Computational Physics*, 226(2007) 1985-2002. 2) Nakamura, T. and Yabe, T.: Cubic interpolated propagation scheme for solving the hyper-dimensional Vlasov-Poisson equation in phase space, *Computer Physics Communications*, 120(1999) 122-154. 3) Martin, J. and Moyce, W.: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philosophical Transactions A*, 244(1952) 312-324. 4) Losada, I.J., Patterson, M.D. and Losada, M.A.: Harmonic generation past a submerged porous step, *Coastal Engineering*, 31(1997) 281-304.