

高濃度泥流サージ生成の粒子濃度分布の影響

名城大学理工学部 正会員 新井宗之

1 まえがき

非粘着性固体粒子を高濃度に含有する流れで乱流構造を有する泥流型土石流の発生機構についてはあまり明らかにされていない。この泥流型土石流は鹿児島県桜島の野尻川や長谷川で多く観測され、粘性土石流と同様に緩勾配の河道で生成・流下し、短時間の間に複数の土石流が流下することが観測されている。この土石流の流下特性については足田等の研究がある。これらのことより、ここでは高濃度泥流が緩勾配で発生・流下し、短時間の間に周期的な流下があることから、流れの不安定性理論に基づく検討を行うものである。

特に本研究では流れの粒子濃度分布が一様でない場合、転波列サージ生成にどのように影響するのか検討する。

2 転波列サージ生成条件及び考察

一次元流れで、横流入を伴わない急激な水面変動を有する流れの運動方程式、連続式は次式のように表される。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta v \frac{\partial v}{\partial x} + (1 - \beta) \frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial t} = g \sin \theta - g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{f' v^2}{2R} \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(Av)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

ここに、 v : 断面平均流速、 A : 流積、 g : 重力加速度、 θ : 水路勾配、 R : 径深、 h : 水深、 β : 運動量補正係数、 f' : 摩擦損失係数。

波速 c により、 $v(x, t) = U(x - ct) = U(\xi)$ 、 $h(x, t) = H(x - ct) = H(\xi)$ 、 $\xi = x - ct$ を用いて式 (1)、(2) を変換すると次式ようになる。

$$c \frac{\partial U}{\partial \xi} - \beta U \frac{\partial U}{\partial \xi} + c(1 - \beta) \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \xi} = -g \sin \theta + g \cos \theta \frac{\partial H}{\partial \xi} + \frac{f' U^2}{2R} \quad (3)$$

$$(U - c) \frac{\partial A}{\partial \xi} \frac{\partial H}{\partial \xi} + A \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (4)$$

上式の式 (3)、(4) を用いると、水面形の方程式は、進行流量 $K_A = (c - U)A$ を用いれば次式ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \xi} &= \frac{-A \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2R} \frac{(cA - K_A)^2}{A^2} \right\}}{\left\{ \beta \left(\frac{K_A}{A} \right)^2 + (1 - \beta) c^2 \right\} \frac{\partial A}{\partial \xi} - gA \cos \theta} \\ &= -\frac{f_1(H)}{f_2(H)} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、

$$f_1(H) = A \left\{ g \sin \theta - \frac{f'}{2R} \frac{(cA - K_A)^2}{A^2} \right\} \quad (6)$$

$$f_2(H) = \left\{ \beta \left(\frac{K_A}{A} \right)^2 + (1 - \beta) c^2 \right\} \frac{\partial A}{\partial H} - gA \cos \theta \quad (7)$$

上述の水面形の方程式で、支配断面での水深を H_0 とすると、転波列が発生する流れの不安定条件は、

$$\lim_{H \rightarrow H_0} \frac{dH}{d\xi} = \lim_{H \rightarrow H_0} -\frac{\frac{df_1}{d\xi}}{\frac{df_2}{d\xi}} \geq 0 \quad (8)$$

であることが示されている。

流積 A が矩形断面のように水深 H の線形関数で表される場合、式 (6) より次式の関係となる。

$$\frac{m U_0}{2} \frac{U_0}{c} \left\{ 1 + \frac{2}{m} - \frac{R}{f'} \left(\frac{df'}{dR} \right)_0 \right\} \geq 1 \quad (9)$$

ここに、 $m = 1 - R \frac{ds}{dA}$ 、添え字 0 は支配断面における値であり、 $U_0 = \sqrt{\frac{2}{f'}} U_*$ 、 $U_* = \sqrt{gR \sin \theta}$: 摩擦速度。

高濃度泥流の抵抗則は、新井・高橋の次式を用いる。

流速分布式：

$$\frac{u}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{Y}{\phi} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi} \right) \right\} \quad (10)$$

平均流速式：

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\phi} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi} \right) - \sqrt{1 + \phi^2} + \phi \right\} \quad (11)$$

ここに、 $Y = \frac{y}{h}$ 、 y : 水深方向の水路床からの高さ、

$$Y_0 = \frac{y_0}{h} \begin{cases} \text{滑面の場合} : y_0 = \frac{a v_0}{U_*}, a = \frac{1}{9.025} \\ \text{粗面の場合} : y_0 = b k_s, b = \frac{1}{30}, k_s : \text{相当粗度} \end{cases} \quad (12)$$

$$\phi^2 = \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{\kappa^2} \right) \left(\frac{\sigma}{\rho_m} \right) \left(\frac{d}{h} \right)^2 \quad (13)$$

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{C_*}{C} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\}^{-1} \quad (14)$$

運動量補正係数 β は、 $\beta = \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{u}{U} \right)^2 dy$ として定義される。

$Y = \frac{y}{h}$ より、 β を無次元量 Y で表す。また、濃度分布の影響の検討を単純なモデルとして、河床 $y = 0$ から $y = h_\ell$ までの濃度を C_ℓ 、 $y = h_\ell$ から水面 $y = h$ までの濃度を C_u とす

る流れとする．つまり，流れの下層部分の深さ h_ℓ の粒子濃度が C_ℓ ，その上層部分に深さ $h_u = h - h_\ell$ の濃度 C_u とする流れである．また，濃度は $C_\ell \geq C_u$ の関係があるものとする．運動量補正係数 β を求めるに際し，近似的に上記の抵抗則を $Y = 0$ から $Y = \frac{h_\ell}{h}$ を濃度 C_ℓ の流れとし， $Y = \frac{h_\ell}{h}$ から $Y = 1$ を濃度 C_u として次式のように分割して積分して求めるものとする．ただし， $a = \frac{h_\ell}{h}$ とする．

$$\beta = \int_0^1 \left(\frac{u}{U}\right)^2 dY = \int_0^a \left(\frac{u(C_\ell)}{U}\right)^2 dY + \int_a^1 \left(\frac{u(C_u)}{U}\right)^2 dY \quad (15)$$

上記の関係で運動量補正係数 β を求めると次式のようにある．

$$\begin{aligned} \beta = & \left[a \left\{ 2 + \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_\ell} \right) \right\}^2 \right\} \right. \\ & - 2 \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_\ell} \right) \phi_\ell \\ & + 2 \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_\ell} \right) \sqrt{\phi_\ell^2 + a^2} \\ & - 2 \left\{ a \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_\ell} \right) + \sqrt{\phi_\ell^2 + a^2} \right\} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{a}{\phi_\ell} \right) \\ & + a \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{a}{\phi_\ell} \right) \right\}^2 \\ & + 2 + \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) \right\}^2 \\ & - a \left\{ 2 + \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) \right\}^2 \right\} \\ & + 2 \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) \sqrt{\phi_u^2 + 1} \\ & - 2 \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) \sqrt{\phi_u^2 + a^2} \\ & - 2 \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) + \sqrt{\phi_u^2 + 1} \right\} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\phi_u} \right) \\ & + \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\phi_u} \right) \right\}^2 \\ & + 2 \left\{ a \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_u} \right) + \sqrt{\phi_u^2 + a^2} \right\} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{a}{\phi_u} \right) \\ & - a \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{a}{\phi_u} \right) \right\}^2 \left. \right] \\ & \times \left[\sinh^{-1} \left(\frac{1}{\phi_m} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{Y_0}{\phi_m} \right) \right. \\ & \left. - \sqrt{1 + \phi_m^2 + \phi_m} \right]^{-2} \quad (16) \end{aligned}$$

添え字 ℓ, u, m はそれぞれ，下層部の流れ，上層部の流れ，断面平均を表している．

しがたって，サージ状の流れ（転波列）を生成する条件は次式のようなのである．

$$F_r \geq \frac{1}{\sqrt{\left\{ \Phi + \left(\frac{3}{2} - \beta \right) \right\}^2 - \beta(\beta - 1)}} \quad (17)$$

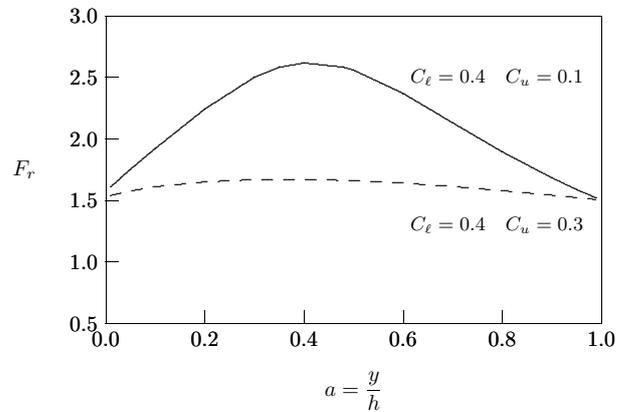


図1 $a = y/h$ と F_r の関係

ここに，

$$\begin{aligned} \Phi = & \left[\sqrt{1 + \phi_m^2} - \phi_u \right] \times \left[\sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_m} \right\} - \sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_u} \right\} \right. \\ & \left. - \sqrt{1 + \phi_m^2 + \phi_m} \right]^{-1} \quad (18) \end{aligned}$$

ここで水深粒径比 $h/d = 100$ 粗度の大きさとして $k_s/d = 1$ ，流体密度 $\rho = 1.0 \text{g/cm}^3$ ，粒子の密度 $\sigma = 2.65 \text{g/cm}^3$ ，カルマン定数 $\kappa = 0.4$ ，バゲノルドの定数 $a_i \sin \alpha = 0.022$ 等と仮定し，下層部の濃度が $C_\ell = 0.4$ で上層部の濃度が $C_u = 0.1$ と $C_u = 0.3$ の場合を図1に示す．図1は横軸に2層の境界面の位置 $a = \frac{h_\ell}{h}$ を示し，縦軸にフルード数 F_r を示している．図中の実線および破線は式(17)，(18)の関係を示しており，実線または破線の上側が転波列生成の領域である．実線は下層部の濃度が $C_\ell = 0.4$ ，上層部の濃度が $C_u = 0.1$ の場合で，破線は下層部の濃度が $C_\ell = 0.4$ ，上層部の濃度が $C_u = 0.3$ の場合である．いずれも a が $0 \sim 1$ で大きくなっており，流動層内に固体粒子が一樣でなく分布する場合には濃度分布が一樣の場合よりも転波列が生成し難いことを示している．また，2層で流れる場合には2層の濃度差が大きいほど転波列が生成し難いことを示している．

3 まとめ

高濃度泥流の転波列サージ生成における濃度分の影響について、基礎式からの転波列生成条件について検討した。濃度分布は単純化した2層の流れで濃度が異なるとするモデルでの検討である。この結果によると濃度が水深方向に一樣な場合よりも濃度差がある場合の方が転波列が生成し難いことが明らかとなった。また、2層の濃度差が大きいほど転波列が生成し難い傾向を示すことを明らかにした。

参考文献

- [1] 疋田 誠，溜池博文，松枝修治，椿 東一郎：土石流における転波列の特性，第29回水理講演会論文集，土木学会，Vol.29，pp.543-548，1985.2.