簡便な Immersed Boundary 法による数値波動水路の構築に関する研究

名古屋大学大学院工学研究科　正 会 員 ○ 李　光浩
名古屋大学大学院工学研究科　正 会 員　　水谷法美

1．はじめに

近年，計算機の性能向上と相まって多様な高精度の数値計算手法が発展されてあり，海岸工学分野においても様々な工学問題を解明するために数値解析手法が活発に利用されている．その代表的な様々な水理現象に対して水理模型実験とほぼ同様な条件での数値シミュレーションが可能な数値波動水路の概念に基づく計算手法である．このような数値波動水路モデルは海岸工学上の一つの重要な分野として定着し，経済的に事業評価が検討できる有用なツールとして認識され，沿岸構造物の耐波設計に利用しつつある．一方，最近の沿岸構造物は機能性だけでなく，親環境性・高機能性や景観性などの観点から，より複雑な形状が要求されている．しかし，既往の数値波動水路を用いた手法のほとんどは従来のデカルト座標系を用いて離散化されており，複雑な形状への適用には構造物形状の入力のわずらわしさや境界条件の取り扱いなどに大きな課題が残されあり，主に単純な形式のものに限られてきた．このような状況を踏まえて，著者らはデカルト格子上で複雑な幾何形状を持つ構造物と流体の連成解析が可能な Immersed Boundary（IB）法の海岸工学への適用し，VOF 法を取り組んだ新たな数値波動水路を構築してきた（李・水谷，2007；李ら，2008）．しかし，今まで提案されている IB 法はその構造が複雑になり，数値コードの作製や 3 次元への拡張性が困難であるのが実情である．そこで，本研究では，簡便な IB 法を新たに提案し，数値波動水路への適用を試みた．

2．IB 法による数値モデルの概要

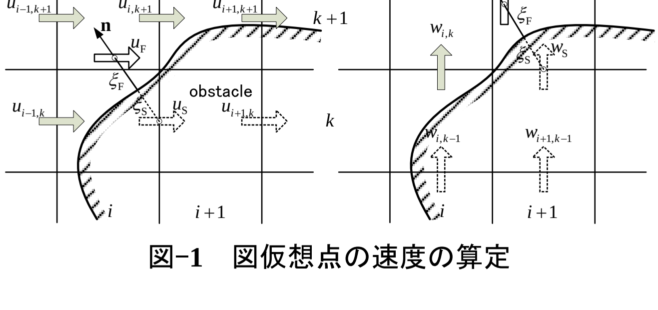
混合しない液相と気相の非圧縮性ニュートン流体を考慮し，それぞれの流体は違う相の流体と明確な界面で区別できるものと仮定すると，各相の境界面形状が追跡できれば，非混合流に対して以下に示すような一流体モデル（one-filed model for immiscible multi fluids）が適用できる．

$$\nabla\cdot\mathbf{V}=\tilde{q}-M_{\mathrm{SIB}} \tag{1}$$

$$\frac{\partial\mathbf{V}}{\partial t}+(\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V}=-\frac{\nabla p}{\rho}+\nabla\cdot(2\nu\mathbf{E}-\boldsymbol{\tau})-\frac{2}{3}\nabla\left\{\nu\left(\nabla\cdot\mathbf{V}\right)\right\}+\mathbf{F}_{\mathrm{b}}+\mathbf{F}_{\mathrm{SIB}}-\gamma\mathbf{V} \tag{2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\nabla\cdot C\mathbf{V}=C\left(\nabla\cdot\mathbf{V}-M_{\mathrm{SIB}}\right) \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{V}=u(x,z,t)\mathbf{i}+w(x,z,t)\mathbf{k}$：速度ベクトル，$p$：圧力，$\tilde{q}=q(x,z,t)/\Delta x_S$：造波ソース，$q(x,z,t)$：造波位置 $x=x_S$ におけるわき出し強さ，Δx_S：$x=x_S$ での x 方向の格子長，t：時間，γ：付加減衰領域で正の値を持つ減衰係数，$\mathbf{E}$：ひずみ速度テンソル，$\mathbf{F}_{\mathrm{b}}$：重力や表面張力などの影響による任意の体積力，C：$0\le C\le 1$ の範囲にある流体率関数，ρ：平均密度，ν：平均動粘性係数であり，局所質量の線形和として流体率を用いて求められる．また, IB 法では，計算領域内の物体を考慮するため，式(2)の運動方程式に外力項 $\mathbf{F}_{\mathrm{SIB}}$，式(1)の連続式と式(3)の流体率関数 C の移流方程式に質量保存修正項 M_{SIB} を加えている．このような構造物の境界の影響を流体に外力として作用させて流体の境界条件を満たす手法を Directing-forcing 法と呼ばれている．これまで，外力項 $\mathbf{F}_{\mathrm{SIB}}$ を求めるため, 様々な IB 法が提案されている．本研究では，Projection 法を用いて，3 次元への拡張も非常に容易にできる簡便な IB 法を構築した．本研究で提案する IB 法では, 第 1 段階で式(2)の運動方程式の圧力項と外力項を考慮せずに時間発展させた予測速度場 $\mathbf{V}^{\mathrm{d}}$ を求め，予測速度場 $\mathbf{V}^{\mathrm{d}}$ から物体による外力 $\mathbf{F}_{\mathrm{SIB}}$ を物体表面の仮想点の



図−1　図仮想点の速度の算定

速度 $\mathbf{V}_S$ を用いて次式のように計算する．

$$\mathbf{F}_{SIB} = (\mathbf{V}_S - \mathbf{V}^d) / \Delta t \qquad (4)$$

ここに，物体表面の速度を 0 とすると $\mathbf{V}_S$ は**図−1** に示すように流体領域の $\mathbf{V}_F$ から次式で得られる．

$$\xi_F \mathbf{V}_S + \xi_S \mathbf{V}_F = 0 \qquad (5)$$

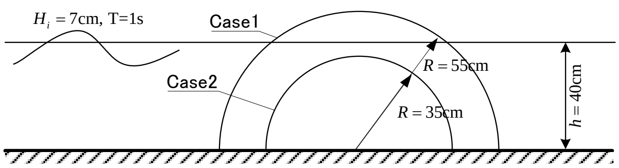
ここに，物体境界から法泉方向への距離 ξ_F での速度を $\mathbf{V}_F$ とし，隣接する流速から 1 次補間で求める．次に，求めた物体による外力 $\mathbf{F}_{SIB}$ を予測速度場 $\mathbf{V}^d$ に反映させ，粘性項などの影響を含む新たな予測速度場 $\mathbf{V}^{d'}$ を求め，第 2 段階として $\mathbf{V}^{d'}$ を利用して圧力場の Poisson 式を解き，最後に式(6)のような速度場を修正する．

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^{d'} - \Delta t \nabla p^{n+1} \qquad (5)$$

以上のように，本研究で提案した IB 法は Projection 法の第 1 段階での流速場の修正するたけで物体の境界条件を満足するものであり，非常に簡単な計算構造から 3 次元への拡張性も容易に行える．

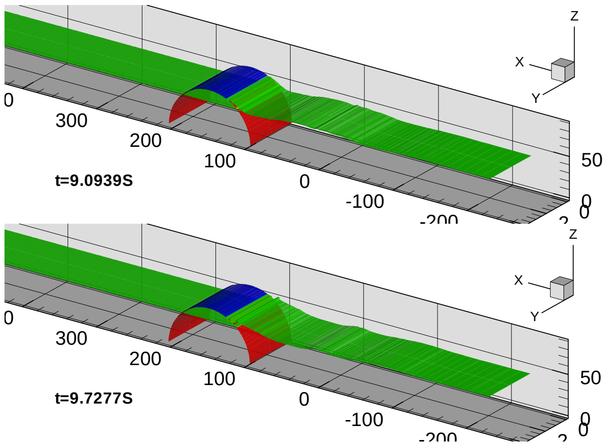
3. 結果および考察

新たに構築した数値モデルの波動場への適用性を把握するため，**図-2** に示すように半径の違いによる水面突出天端および潜水天端高を持つ 2 種類の半円形構造物を対象とし，数値解析を行った．

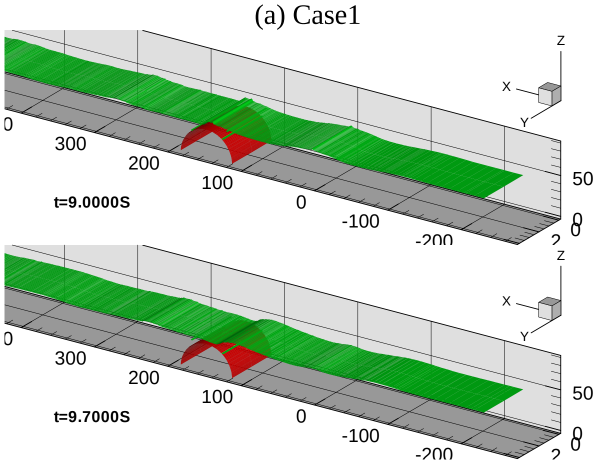


図−2　数値計算の概要

計算条件は静水深 $h = 40\,\mathrm{cm}$，入射波高 $H_i = 7\,\mathrm{cm}$，周期 $T = 1\mathrm{s}$，半円形構造物の半径はそれぞれ $R = 55\mathrm{cm}$ と $R = 35\mathrm{cm}$ を採用した．また，デカルト格子上における構造物の位置を区別するため，Level-set 関数を用いた．**図-3** に本研究で提案した IB 法による半円形構造物の波浪変形に対する計算結果を示す．図中の水面変動は流体率関数 $C = 0.5$ を用いて表現したものである．図より，デカルト格子上で，天端高の違いによる入射波の反射や天端上への透過，および構造物背後への伝播まで，水面変動の特性を良く再現していりことが確認できる．また，半円形構造物周辺の代表的な流速分布を示す**図-4** では，半円形構造物の曲面に沿って遡上波による流速ベクトルが卓越するのが見うけられる．

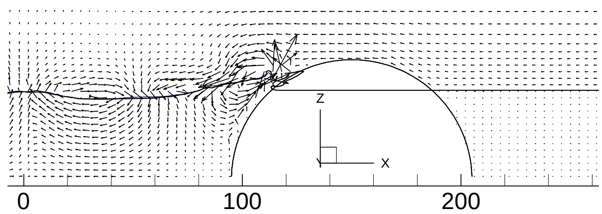


(a) Case1



(b) Case2

図−3　水面変動に対する数値計算結果



図−4　構造物周辺の流速ベクトル

4. おわりに

本研究では, 3 次元への拡張も非常に容易に行える新たな IB 法を用いて新たな数値波動水路モデルを構築した．そして本モデルを，半円形構造物周りの波動場の解析へ適用した．その結果，本 IB 手法は曲面を持つ構造物周りの波動場を効率的に従来のデカルト格子上で再現可能であることを明らかにした．しかし，数値モデルの検証をするまでは至っておらず，今後の検討課題である．

参考文献： [1] 李光浩・水谷法美(2007)：Immersed Boundary 法による数値波動水槽の構築とその応用に関する研究－水平円柱周りの波浪場への適用－，海岸工学論文集，第 54 巻，pp.821-825. [2] 李光浩・水谷法美・後藤政雄(2008). ＩＢ法による緊張係留浮体の波浪応答に関する有限変位解析，海岸工学論文集，第 55 巻，pp.891-895.