

ロジット型利用者均衡モデルの交通量配分とパラメータ推定の同時計算手法の提案

金沢大学大学院 自然科学研究科 学生員 ○ 穴口 智也
 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 正会員 中山晶一郎
 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 フェロー 高山 純一

1. はじめに

交通ネットワークの計画・分析の際、研究・実用上、交通ネットワーク均衡モデルは重要な役割を果たしている。交通ネットワーク均衡としては、従来からワードロップ均衡や確率的利用者均衡が広く知られており、そのうち、確率的利用者均衡はランダム効用理論に基づいた経路選択を用いた交通ネットワーク均衡である。ただし、確率的利用者均衡では旅行時間を含む変数から構成される経路効用は確率的であるが、各道路利用者は確率的には経路を選択しておらず、配分される交通量や旅行時間は確定的であるため、「確率的利用者」という用語は誤解を生じやすい。そこで、本研究ではそれを「ロジット型利用者均衡」と呼ぶことにする。

ロジットモデルの経路効用は最も簡単な場合でも $-\theta t + \varepsilon$ であり、パラメータ θ を推定する必要がある。ここで、 t は経路の旅行時間、 ε は確率項である。ロジット型利用者均衡では、このパラメータにどのような値を用いるべきかが問題となることが少なくない。また、 $-\theta t + \varepsilon$ よりも複雑な効用関数を定義することも可能で、その際は更にパラメータ推定が重要になる。

ロジットモデル等を含む最適化問題を解く際に、上記のように複雑なパラメータを持つために極値が複数あるような目的関数の場合、上記の最適化手法では局所解に陥ってしまい、的確に最適解を求めることが困難となる可能性があるため、本研究では筆者らが開発した、焼きなまし法(Simulated Annealing, SA)を応用した最適化手法を用いる。そして、中山、高山^{1), 2)}が提案した、ロジット型利用者均衡モデルの交通量配分における最尤推定法によるパラメータ推定について、新たなパラメータを導入しての同時計算手法の提案を行うとともに、仮想単純ネットワークへ適用した場合における計算時間の短縮について考察する。

2. ロジット型確率ネットワーク均衡の定式化

(1) ロジット型確率ネットワーク均衡

中山、高山¹⁾の研究では、OD 交通量はポアソン分布

に従い、経路選択は確率的に行われると仮定しており、この場合、経路交通量 m_{ij} は独立なポアソン分布に従う。経路交通量が十分に大きい場合、ポアソン分布の平均と分散はともに m_{ij} であるため、中心極限定理により平均と分散がともに m_{ij} である正規分布 $N[m_{ij}, m_{ij}]$ に従うと近似することができる。このとき、リンク交通量 $\mathbf{x}$ は以下の多変量正規分布として与えることができる。

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right\} \quad (1)$$

ただし $\boldsymbol{\mu}$ は平均リンク交通量ベクトルでその要素は μ_a 、 Σ はリンク交通量の分散共分散行列、 Σ^{-1} は Σ の逆行列、 $|\Sigma|$ は Σ の行列式、 $n(=|A|)$ はリンクの総数である。

また、本研究では実用的に利用可能なロジットモデルによる経路選択確率を仮定する。各道路利用者は次式のロジットモデルに従い、経路選択確率 p_i を決定していると仮定する。

$$p_{ij} = \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij})}{\sum_{j \in J_n} \exp(-\theta \bar{c}_{ij})} \quad (2)$$

ここで $\bar{c}_{ij}$ は OD ペア i の経路 j の平均旅行時間、 θ は正のパラメータである。

確率的ネットワーク均衡モデルを定式化するにあたり、式(3)を含んだ関数

$$\mathbf{g} = (g_{11}, \dots, g_{21}, \dots)^T \quad (3)$$

を考える。関数 $\mathbf{g}$ の要素 g_{ij} を以下のように定義する。

$$g_{ij}(\mathbf{m}) = \lambda_i \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))}{\sum_{j \in J_n} \exp(-\theta \bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))} \quad (4)$$

確率ネットワーク均衡は関数(写像) $\mathbf{g}$ に関する以下の不動点問題として定式化できる。

$$\mathbf{m} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \quad (5)$$

(2) 最尤推定法

リンク交通量の観測が行われた場合の観測リンク交通量を $\tilde{\mathbf{x}}$ とする。観測リンク交通量は式(1)の分布の周辺確率として以下の確率密度関数に従う。

$$f_{\mathbf{x}}(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{\tilde{n}} |\tilde{\Sigma}|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}})^T \tilde{\Sigma}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}})\right\} \quad (6)$$

ここで、式(6)に関して以下の対数尤度関数 $L(\theta|\tilde{\mathbf{x}})$ を定義することができる。

$$L(\theta|\tilde{\mathbf{x}}) = \ln f_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (7)$$

(3) 定式化

以下に示すように、前節で述べた確率ネットワーク均衡が下位問題となった均衡制約付数理計画問題 (MPEC) として、最尤推定法を用いた $\theta(=\theta_k (k \in K))$ を求めるパラメータ推定を定式化することができる。

$$\max_{\theta} L(\theta|\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{m}) \quad (8a)$$

$$s.t. \quad \mathbf{m} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \quad (8b)$$

3. 同時推定法の構築

前章で定式化された MPEC は、均衡制約条件 (式(8b)) を満たすような平均経路交通量ベクトル $\mathbf{m}$ を収束計算によって算出した上で、目的関数式 (式(8a)) を最大化させるという計算手順を踏んでいるため、計算に非常に時間がかかってしまうという問題点もある。この問題点に対し、Connors, Smith ら³⁾は、先に均衡制約条件を満たす平均経路交通量ベクトル $\mathbf{m}$ を算出するのではなく、均衡制約条件に新たなパラメータを掛け合わせ、それを目的関数に組み込んだパラメータ推定の同時計算手法を提案している。この場合、平均経路交通量ベクトル $\mathbf{m}$ は計算初期において均衡制約条件を必ずしも満たしている必要はないため、計算時間の短縮を図ることができる。

本研究で取り上げている交通ネットワーク均衡モデルを、パラメータ推定の同時計算手法を用いて定式化すると、以下のように表すことができる。

$$\max_{\theta, \eta} L(\theta|\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{m}) - \eta \|\mathbf{m} - \mathbf{g}(\mathbf{m}|\theta)\| \quad (9)$$

ここで η は計算回数に応じて増加するパラメータ、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。新たにパラメータ η を導入したため、(9)式には θ と η の複数のパラメータが存在することになる。このような複数のパラメータに依る関数の最適化問題を解く際に、焼きなまし法を応用した最適化手法は有効であると考えられる。

4. 仮想単純ネットワークへの適用

今回、実際に配分計算を行うネットワークは3ノード、4リンクの仮想単純ネットワークであり、ノード1からノード3へ向かう OD ペアとノード2からノード3へ向かう OD ペアの2OD ペアを設定し、OD ペアそ

れぞれに2経路ずつあるものとする。図-1に概略図とリンクパラメータを示す。

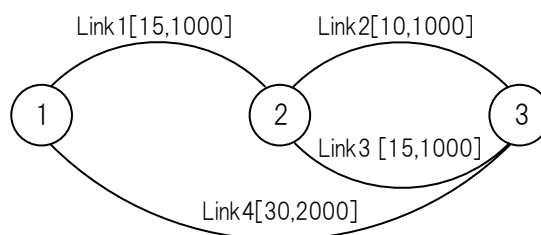


図-1 仮想単純ネットワーク図

([]内は自由走行時間(分), 交通容量(台))

ロジットパラメータの真値を $\theta = 0.5$ としてランダムに観測リンク交通量を10セット生成し、両手法を用いてパラメータの推定を行った結果の比較を表-1に示す。なお、結果は10セット分の平均値である。

表-1 計算結果の比較(観測データ10セットの平均)

	収束計算回数	総計算時間(s)	パラメータ θ	相関係数
同時計算手法	467.6	3.1	0.523	0.971
2段階推定法	554.4	18.6	0.524	0.971

表-1より、両手法により得られたパラメータや相関係数はほぼ変わらない結果となりながらも、同時計算手法を用いた場合の方が収束計算回数、総計算時間ともに減少していることが分かり、同時計算手法の有意性を確認することができた。

5. まとめ

本研究では、ロジット型利用者均衡モデルの交通量配分におけるパラメータ推定の同時計算手法の提案を行い、その有意性を示した。交通量配分では計算にかかる時間が問題となることが少なくないため、今後は今回提案した手法のさらなる検討を進めていく。

参考文献

- 1) 中山晶一郎, 高山純一: リンク交通量を用いた交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定: リンク間相関を考慮した最尤法, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.4, pp.548-557, 2006.
- 2) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 笠嶋崇弘: 旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡モデル, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.67-77, 2004.
- 3) Connors, R., Smith, M.J. and Watling, D.: Bilevel Optimisation of Prices in Network Equilibrium Models, Mathematics in Transport, ELSEVIER LIMITED, pp.27-43, 2007.