

泥流(乱流)型土石流発生に関する流れの不安定性理論による基礎的検討

名城大学理工学部 正会員 新井 宗之

1.はじめに 土石流の発生条件については、従来石礫型土石流を念頭に置いた考えで、河道の土砂堆積層の流水による静的な安定条件に基づくモデルにより研究され、実際の対策に適応されている。しかしながら桜島の野尻川で観測されるような泥流(乱流)型土石流には適応できずこのタイプの土石流発生条件については殆ど明らかにされていない。野尻川で観測された土石流の特徴の一つは、短時間の間に複数のサージ状の土石流が流下していることである¹⁾。周期的に流下する多数の土石流サージ現象については、中国で観測される粘性土石流が代表的なものであるが、この発生については流れの不安定性に基づく考えでよく説明される^{2), 3)}。本研究では、泥流(乱流)型土石流の発生について、流れの不安定性に基づく発生条件を理論的に検討したものである。

2.発生条件および考察 清水の薄層流に関する流の不安定性に基づく転波列の発生について、石原・岩垣・岩佐の優れた研究がある⁴⁾。石原らは運動方程式を層流と乱流に分けて表し、乱流の場合には抵抗項にシェジ-の式を用いているが、著者らはより一般的な形として摩擦損失係数 f を用いて次式のように表している^{2), 3)}。

$$(U - c) \frac{\partial A}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \xi} + A \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (1), \quad c \frac{\partial U}{\partial \xi} - \beta U \frac{\partial U}{\partial \xi} + c(1 - \beta) \frac{U}{A} \frac{\partial A}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \xi} = -g \sin \theta + g \cos \theta \frac{\partial H}{\partial \xi} + \frac{f' U^2}{2 R} \quad (2)$$

ここに、 $v(x,t)=U(x-ct)=U(\xi)$ (3), $h(x,t)=H(x-ct)=H(\xi)$ (4), $\xi = x - ct$ (5), v : 断面平均流速, A : 流積, g : 重力加速度, β : 運動量補正係数, θ : 水路勾配, R : 径深, h : 水深, f' : 摩擦損失係数, c : 波速。また、 $(c-U)H = K$ (6) の関係があり、 K は進行流量と呼ばれ一定である。上式の関係より水面形を表す(7)式を得る。

$$\frac{dH}{d\xi} = - \frac{A \left\{ g \sin \theta - \frac{f' U^2}{2 R A^2} \right\}}{\left\{ \beta \left(\frac{K}{A} \right)^2 + c^2 (1 - \beta) \right\} \frac{dA}{dH} - g A \cos \theta} = - \frac{f_1(H)}{f_2(H)} \quad (7), \quad \lim_{H \rightarrow H_0} \frac{dH}{d\xi} = \lim_{H \rightarrow H_0} \frac{df_1/d\xi}{df_2/d\xi} \geq 0 \quad (8)$$

流の不安定性による転波列の発生条件は式(8)であることが示されている⁴⁾。さらに、式(8)は式(7)の関係から次式の(9)式ようになることが導かれる^{2), 3)}。

$$\frac{m U_0}{2 c} \left\{ 1 + \frac{2}{m} - \frac{R}{f'} \left(\frac{df'}{dR} \right)_0 \right\} \geq 1 \quad (9) \quad \text{ここに, } m = 1 - R \frac{ds}{dA}, \quad s: \text{潤辺, } A: \text{流積, 添え字 } 0 \text{ は支配断面}$$

面における値。 U_0 と c の関係は次のように得られる^{2), 4)}。

$$U_0 = \frac{\beta \frac{dA}{dH} - \sqrt{\beta(\beta-1) \left(\frac{dA}{dH} \right)^2 + \frac{s}{F_r^2} \frac{dA}{dH}}}{\beta \frac{dA}{dH} - \frac{s}{F_r^2}} c \quad (10) \quad \text{ここに, } F_r = U / \sqrt{gR \cos \theta}: \text{フルード数, } \beta: \text{運動量補}$$

正係数。抵抗項 f には、次式の新井・高橋の泥流(乱流)型土石流の抵抗則⁵⁾を用いる。ただし、ここでの展開のため若干式を変形している。また、ここでは河床条件が粗面の場合について検討する。

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[\sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_0} \left(\frac{H}{d} \right) \right\} - \sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_0} \left(\frac{bk_s}{d} \right) \right\} - \sqrt{1 + \phi_0^2 \left(\frac{d}{H} \right)^2} + \phi_0 \left(\frac{d}{H} \right) \right] \quad (11)$$

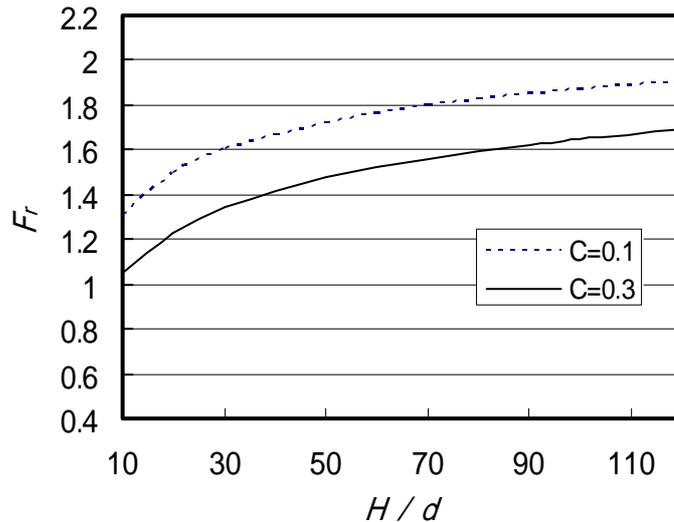


図-1 水深粒径比 H/d とフルード数 F_r の関係

ここに、 $\phi_0^2 = \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{\kappa^2} \right) \left(\frac{\sigma}{\rho_m} \right)$ 、 $\lambda = \left\{ \left(\frac{C^*}{C} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\}^{-1}$: 線濃度、 $a_i \sin \alpha$: バグノルドのダイラタント流体モデ

ルにおける定数(0.042)、 u^* : 摩擦速度、 κ : カルマン定数、 σ : 粒子密度、 ρ_m : 流動層の断面平均密度、 C^* : 固体粒子の最充填濃度、 C : 固体粒子の容積濃度、 d : 粒子径、 k_s : 河床の粗度高さ、 $b=1/30$ 。

水路条件として、水路幅 B が水深 H に比して大きく、矩形断面水路とすると、 $A=B \cdot H$ 、 $B \gg H$ 、 $s \ll B, R$ 、 H とすることができる。これらから、(9)式より次式を得る。

$$\frac{3}{2} + \left[\sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_0^2} \left(\frac{H}{d} \right) \right\} - \sinh^{-1} \left\{ \frac{1}{\phi_0^2} \left(\frac{bk_s}{d} \right) \right\} - \sqrt{1 + \phi_0^2 \left(\frac{d}{H} \right)^2} + \phi_0 \left(\frac{d}{H} \right) \right]^{-1} \times \left[1 + \phi_0^2 \left(\frac{d}{H} \right)^2 - \phi_0 \left(\frac{d}{H} \right) \sqrt{1 + \phi_0^2 \left(\frac{d}{H} \right)^2} \right] \times \left[1 + \phi_0^2 \left(\frac{d}{H} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \geq \beta + \sqrt{\beta(\beta-1) + \frac{1}{F_r^2}} \tag{12}$$

ここで、粒子密度を $\rho_p = 2.65 \text{ g/cm}^3$ 、カルマン定数 $\kappa = 0.4$ 、バグノルド定数 $a_i \sin \alpha = 0.042$ 、河床粗度高さを粒子径と同じとして $k_s/d = 1.0$ 、粒子の最充填濃度 $C^* = 0.6$ 、運動量補正係数 $\lambda = 1.1$ とし、フルード数 F_r と水深粒径比 H/d の関係を図-1 に示す。図中の破線および実線は、式(12)による濃度 $C=0.1$ 、 $C=0.3$ のそれぞれの計算結果を示している。それぞれの線の上領域が式(12)で示す不安定領域である。図から分かるように、水深粒径比 H/d が大きくなると F_r は大きくなることを示している。これは、水深に比して含有粒子径が小さいほど不安定になり難く転波列が発生し難いことを意味している。逆に水深に比して粒子径が大きくなる程流れは不安定になり易く転波列が発生し易くなることを意味している。また、図中には容積濃度 $C=0.1$ と $C=0.3$ の場合がそれぞれ示してあるが、同じ水深粒径比 H/d で、濃度 $C=0.3$ の方が $C=0.1$ よりも小さなフルード数 F_r になっており、濃度が高いほど不安定になり易くサージが発生し易いことを示している。

3. まとめ 泥流(乱流)型土石流のサージ発生について、流れの不安定性条件の考えに基づいて発生条件を導いた。この結果によると、水深に比して含有粒子径が大きいほど、また濃度が高いほど流れが不安定になり易く土石流サージが発生し易いことを示した。今後、実験的な検討を行う予定である。

参考文献 1) 疋田等：土木学会，第 29 回水理講演会論文集 vol.29, pp.543-548, 1985.2, 2) 新井等：土木学会，応用力学論文集 vol.7, pp.813-820, 2004.8., 3) 新井等：土木学会，応用力学論文集, vol.10, pp.523-532, 2007.8., 4) 石原等：土木学会論文集, vol.19, pp.46-57, 1954.4., 5) 新井・高橋：土木学会，論文報告集, No.375, pp.69-77, 1983.