

新しい時間域BEMを用いた地震波シミュレーター 開発のための基礎的研究

○ 福井大学	非会員	伊井 健夫
福井大学大学院	正会員	斎藤 隆泰
福井大学大学院	学生会員	Teuku Khairuman
福井大学大学院	正会員	福井 卓雄

1. はじめに

2007 年の新潟県中越沖地震による柏崎刈羽原子力発電所への影響を受け、地震による原子力発電所の安全性に関する多くの議論がなされている。福井県は日本有数の原子力発電所の集積地として知られているが、1948 年には福井地震により多くの被害を受けた経験もあるため、地震に対する安全性を十分に確保する必要がある。原子力発電所の地震対策には、いくつかの手段が考えられるが、想定される地震動を正確に予測するためには、精度の良い広域地震シミュレーターの開発が必要不可欠であると思われる。本研究では、そのための基礎研究として、著者らのグループが近年精力的に開発を行っている新しい時間域境界要素法¹⁾を地震波動伝播解析に適用することを行う。以下では、定式化の概要を示した後、簡単なモデルに対する精度の確認等を行う。

2. 解くべき問題

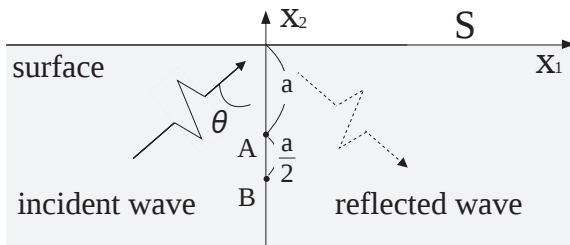


図-1 半無限解析モデル

本研究では、簡単のため x_3 方向の変位のみを考慮した等方弾性体における時間域面外波動問題を考える。地震波を扱うため、解くべき問題は図 1 のような半無限地盤モデルを考えればよい。一般的に、時間域面外波動問題では、面外方向変位 u が満たす支配方程式は、

$$\mu \nabla^2 u(x, t) - \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

となる。ただし、 ρ は密度、 μ はせん断弾性定数を表す。

さて、実際の解析に当たっては、支配方程式 (1) を基に、図 1 における自由表面 S の境界条件や入射波の影響などを考慮することで面外波動場を求めることとなる。これらを考慮すれば、解くべき時間域境界積分方程式は、次のように表わされる。

$$C(x)u(x, t) = u^{\text{in}}(x, t) - \int_S T(x, y, t) * u(y, t) dS_y \quad (2)$$

ここで C は境界表面 S に依存する自由項であり、 t は変位 u に対応する面外方向の表面力である。また、 u^{in} は入射波に関する項であり、 $T(x, y, t)$ は、時間域面外波動問題における二重層核である。式 (2) は通常、時間ステップ境界要素法を用いて解くこととなるが、通常の時間域境界要素法では解の安定性に難点がある。そこで本研究では、式 (2) を、安定な新しい時間域境界要素法によって解く。式 (2) において、時間増分を Δt とすれば、第 n ステップにおける離散化された境界積分方程式は次のように表される。

$$\frac{1}{2}u(x, n\Delta t) = u^{\text{in}}(x, n\Delta t) - \sum_{\alpha=1}^M \sum_{k=1}^n [B^{n-k}(x, y^\alpha)u(y^\alpha, k\Delta t)] \quad (3)$$

ここで $B^m(x, y^\alpha)$ は影響関数であり、以下のように記述される。

$$B^m(x, y^\alpha) = \frac{R^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \int_S \hat{T}(x, y^\alpha, s_l) e^{-\frac{2\pi i m l}{L}} dS_y \quad (4)$$

ただし、 $s_l = \delta(z_l)/(\Delta t)$ であり、 α はソース点 y に関する指標を表す。 z_l, R, L は演算子積分法における精度を決定するパラメータである²⁾。また、 $\hat{T}(x, y, s)$ は、 $T(x, y, t)$ に対応したラプラス変換域における二重層核であり、基本解 $U(x, y, t)$ のラプラス変換域基本解 $\hat{U}(x, y, s)$ より求めることができる。それら $\hat{U}(x, y, s), \hat{T}(x, y, s)$ は次のように表される。

$$\hat{U}(x, y^\alpha, s_T) = \frac{1}{2\pi\mu} K_0(s_T r) \quad (5)$$

$$\hat{T}(x, y^\alpha, s_T) = \mu \frac{\partial}{\partial n} \hat{U}(x, y^\alpha, s_T) \quad (6)$$

ただし、 $r = |x - y|$ であり、 K_n は n 次の第二種変形ベッセル関数、 s_T は横波の波速を c_T とすると、 $s_T = \delta(z_l)/(c_T \Delta t)$ により与えられる。時間域境界要素法では、求める時刻による未知量を過去の境界未知量から逐次的に求めていく。そのため、式 (2) は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u(x, n\Delta t) + \sum_{\alpha=1}^M B^0(x, y^\alpha)u(y^\alpha, k\Delta t) \\ = u^{\text{in}}(x, n\Delta t) - \sum_{\alpha=1}^M \sum_{k=1}^{n-1} [B^{n-k}(x, y^\alpha)u(y^\alpha, k\Delta t)] \end{aligned} \quad (7)$$

このように、式 (7) より、初期条件を与え、第一ステップから逐次的に式 (7) を計算していくことにより全ステップにお

ける境界未知量を決定することができる。

ここで、解析や定式化に関していくつかの注意事項をまとめておく。まず本研究で用いた時間域境界積分方程式 (2) についてであるが、本研究は、最終的には新たな三次元地震シミュレーターを開発することを目標としている。そのため第一段階であることを考慮して、ここでは単一層による波動解析にとどめた。層状地盤における解析を行う場合においても、各層において境界積分方程式を構成し、それらを層間の境界条件の考慮の下で解けばよい。また、本研究では、地表面の境界条件を満たすようなグリーン関数の使用は行わなかった。その理由は、三次元問題のようにグリーン関数が求まっても扱いが煩雑になる場合を考慮し、解析に一般性をもたせるためである。そのため、本研究では、通常的基本解 (5) および二重層核 (6) を式 (2) に用いることにより、地表面を有限の長さに近似することで解析を行っている。

3. 計算精度の検討

まず、図 1 のような地表面による振幅 u_0 を持つ平面波の反射問題を解くことにより本解析の精度を確認する。平面波を地表面に入射角 $\theta = 0.0^\circ$ で入射させた場合の反射係数は $R^{SH} = 1$ であることから、解析解は容易に求めることができる。図 2 は解析解と本手法による解を比較した図である。実線、点線はそれぞれ図 1 の A, B 点における解析解を表しており、記号は本手法による解である。両者はよく一致しており、精度よく計算を実行できていることが見て取れる。

4. 不整形地盤による面外波動の反射・散乱解析

次に、図 3 のような不整形地盤における反射・散乱解析結果を示す。入射波として x_2 方向に向かって伝播する次のリッカー波

$$u^{\text{in}}(t) = \left[2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \alpha \right)^2 - 1 \right] e^{-\left(\frac{\pi}{\lambda} \alpha \right)^2} \quad (8)$$

$$\alpha = c_T(t - t_s) + x_2$$

を用いた。実際の解析には、各物理量に適当な無次元化を施し、OpenMp を用いた 16 スレッドによる並列化を施している。図 4 は図 3 の点 A(0.0, $-a/2$), B($-a/4$, $-a/4$), C($-a/2$, 0.0) における面外方向変位の時刻歴を示している。ここでの解析では、波速 $c_T = 1.0$ を用い、 $t_s = 1.5$ 、波長 $\lambda = 1.0$ とした。地表面に近づく程、面外方向変位は増幅傾向にある。この結果は竹宮³⁾らと同様の結果を導いており、実際の応用に関しても概ね問題ないと考えられる。

5. おわりに

面外波動問題を対象とした地震波動解析を行った。ごく単純なモデルを用いた解析であるものの、新しい時間域境界要素法を用いており、地震波動シミュレーターへ応用す

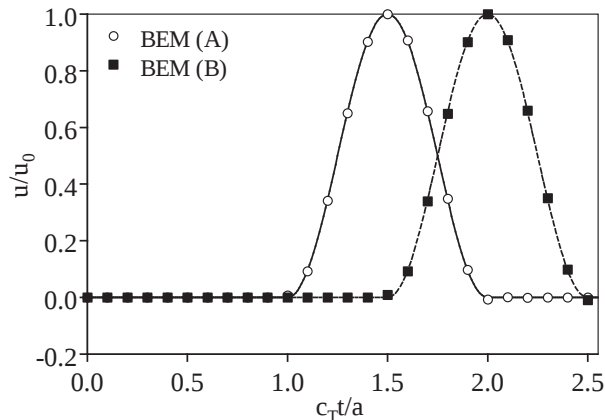


図-2 A 点, B 点による地表面による反射波の時刻歴

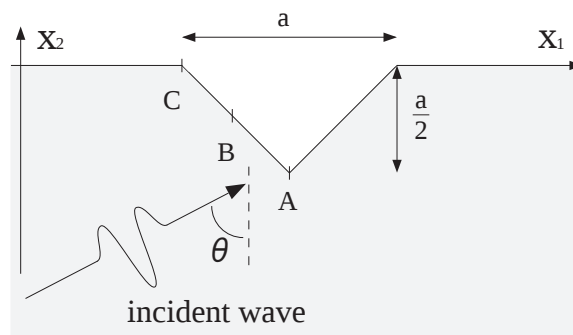


図-3 不整形地盤による面外波動の反射・散乱解析モデル

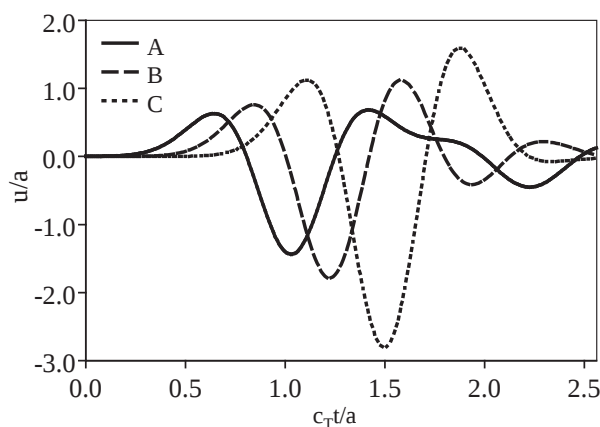


図-4 A, B, C 点による面外方向変位の時刻歴

る基礎はできたと言える。今後は、層状地盤における解析や、面内波動、3次元問題への拡張、断層震源のモデル化等も行う必要があるであろう。それと共に、福井県内における原子力施設周辺の地震波シミュレーションを実行して行く予定である。それらの結果の一部は、発表当日にも報告する。

References

- 1) 斎藤隆泰・石田貴之・福井卓雄・廣瀬壮一: 演算子積分法および高速多重積分を用いた新しい二次元時間領域弾性境界要素法について, 応用力学論文集, 土木学会 Vol.11, pp. 193-200, (2008)
- 2) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer. Math.*, 52, pp. 129-145, (1988)
- 3) 竹宮宏和・王燦雲・藤原章弘: SH 波入射に対する不整形地盤の遷移/定常応答性状, 土木学会論文集 No.450, I-20, pp. 161-170, (1992)