最尤推定法による交通均衡配分モデルのパラメータ推計法

金沢大学工学部 ○ 浅藤 吉明
金沢大学大学院自然科学研究科 正会員 中山晶一朗
金沢大学大学院自然科学研究科 正会員 高山 純一

１．はじめに

交通ネットワークの計画･分析の際，研究･実用上，交通ネットワーク均衡モデルは重要な役割を果たしている．確率的利用者均衡は，離散選択モデルによる経路選択に基づいた均衡である．ロジットモデルを用いた場合，経路効用 F は最も簡単な場合でも $F=-\theta t+\varepsilon$ であり，パラメータ θ を推定する必要がある．なお，t は経路の旅行時間，ε は確率項である．ロジット型利用者均衡では，このパラメータにどのような値を用いるべきかが問題となることが少なくない．また，$-\theta t+\varepsilon$ よりも複雑な効用関数を定義することも可能で，その時は更にパラメータ推定が重要になる．

ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定では，データ入手の容易さの観点から，リンク交通量の利用が便利であると考えられる．従来から均衡モデルにより算出される計算交通量と実際のネットワークの交通量である実交通量の二乗誤差が最小となるようにパラメータが推定されてきている．このような最小二乗法では，各リンクの交通量は独立であることが前提条件となる．しかし，実際のリンク交通量はリンク間で独立ではなく，近接するリンクでは，その相関はかなり高い．したがって，最小二乗法によってパラメータの値を単に計算することは可能であるが，リンク交通量の相関等の観点（確率・統計学の観点）から理論上問題であり，推定したパラメータにバイアスが含まれる恐れもある．そこで，本研究では，最尤推定法を用いてリンク間の交通量の相関を考慮した交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定法を提案する．このような統計学的な手法を用いることによって，これまで膨大に蓄積されている統計学の様々な理論を交通ネットワーク均衡モデルに適用することが可能となる．例えば，推定されたパラメータの信頼性の評価，どのモデルが最良なのかを統計的に判断するモデル選択などが可能となる．

本研究では，最尤推定法を用いてリンク間の交通量の相関を考慮した交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定法を提案する．そして，このパラメータ推定法により，ケーススタディーとして金沢における道路ネットワークのパラメータの値を求める．

２．計算方法

本研究では，OD 交通量はポアソン分布に従い，経路選択は確率的に行われると仮定する．このとき，経路交通量は独立なポアソン分布に従う．経路交通量は，一般に小さくないため，それを正規分布により近似する．したがって，経路交通量の和であるリンク交通量は多変量正規分布に従う．上のような設定の場合，リンク交通量は以下の多変量正規分布として与えることが出来る．

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T\Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right\} \quad (1)$$

ただし，$\boldsymbol{\mu}$ は平均リンク交通量ベクトルで，その要素は μ_a，Σ はリンク交通量の分散共分散行列，Σ^{-1} は Σ の逆行列，$|\Sigma|$ は Σ の行列式，n はリンクの総数である．また，平均経路交通量のベクトル $\mathbf{m}$（その要素は）m_{ij} を用いると，$\Sigma=\boldsymbol{\Delta}diag(\mathbf{m})\boldsymbol{\Delta}^T$ である．ただし，$diag(\mathbf{m})$ は m の各成分を対角成分に持つ対角行列である．ここで，$\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\Delta}\mathbf{m}$ である．

また，経路選択確率はロジットモデルにより与えると仮定すると，以下の不動点問題により平均経路交通量を求めることが出来る．

$$\mathbf{m}=g_{ij}(\mathbf{m})=\lambda_i\frac{\exp(-\theta\bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))}{\sum\exp(-\theta\bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))} \quad (2)$$

ただし，$\bar{c}_{ij}$ は OD ペア i の経路 j の平均旅行時間，θ は正のパラメータである．

また，本研究ではリンク交通量の実現値，つまり，リンク交通量の観測値 $\tilde{\mathbf{x}}$ が与えられた場合，式(1)を用いて，以下の対数尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta}\,|\,\tilde{\mathbf{x}})$ を定義することができる．

$$L(\boldsymbol{\theta}\,|\,\tilde{\mathbf{x}}) = \ln f_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (3)$$

以下に示すように確率ネットワーク均衡が下位問題となった均衡制約付数理問題（MPEC）として，最尤推定法によるパラメータ推定を定式化することができる．

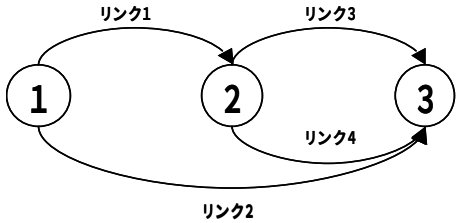
$$\max_{\theta} L(\boldsymbol{\theta}\,|\,\tilde{\mathbf{x}},\mathbf{m}) \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{m} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \quad (5)$$

３．適用例

（1）単純ネットワーク

図－１に示した仮想ネットワークに対してロジットモデルのパラメータθを求める計算例を示していく．



図－１　対象ネットワーク

OD ペアは 2 組あり，OD ペア 1 はノード 1 から 3，OD ペア 2 はノード 2 から 3 とする．OD 交通量は 2 組とも平均が 2000 のポアソン分布に従うとする．OD ペア 1 には経路が 2 つ存在し，リンク 1 とリンク 3 から構成される経路を経路 11，リンク 2 のみで構成される経路を経路 12 とする．OD ペア 2 に関しては，リンク 3 を経路 21，リンク 4 を経路 22 とする．

旅行時間関数は以下の式であり，

$$c(\mu) = \alpha\left[1+\left(\frac{X}{\beta}\right)^2\right]$$

平均旅行時間関数は以下の通りとなる．また，各リンクの各定数は表－１の通りとなる．

$$c(\mu) = \alpha\left[1+\frac{\mu^2+\mu}{\beta^2}\right]$$

表－１　各リンクの各定数値

リンク	α	β
1	15	1000
2	30	1000
3	10	2000
4	15	1000

表－２　観測経路の交通量

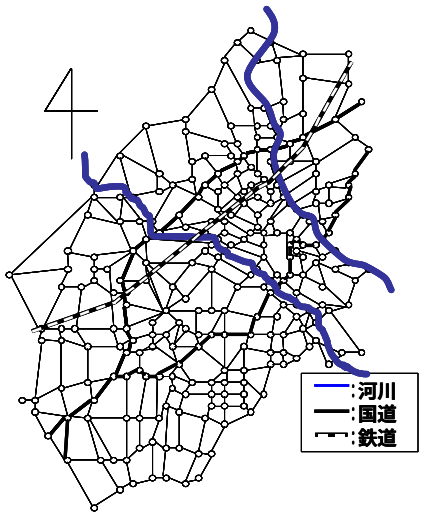
y_{11}	y_{12}	y_{21}	y_{22}
1015	941	1247	802

ここで用いる各経路交通量は表－２の値を用いる．そして，「４．計算方法」で述べたように計算を行うと，θの計算結果は 0.400 と求まる．

（2）金沢道路ネットワーク

本研究では，金沢市のネットワークにおけるパラメータ値の推定を行う．図－３は本研究で対象とする金沢市ネットワークの範囲を示したものである．ノード数は 140 でリンク数は 467 である．

リンクの所要時間はBPR関数によって表される．自由走行時間t_0はリンクの距離を制限速度で除した値を用いる．交通容量は平成 11 年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表に示されていた交通量を混雑度で除した値を用いる．また，OD交通量は平成 7 年度・第 3 回金沢都市圏パーソントリップ調査で得られた値を使用する．このデータを用いて金沢道路ネットワークにおけるパラメータ値を推定する．



図－３　対象とする金沢ネットワークの範囲

４．おわりに

本研究では最尤推定法による交通均衡配分モデルのパラメータ推計法を提案した．今回用いた単純ネットワークよりも大きな仮想ネットワークでのパラメータ値，および金沢のネットワークにおけるパラメータ値は講演時に報告する．

参考文献

1) 中山晶一朗・高山純一：リンク交通量を用いた交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定：リンク間相関を考慮した最尤法，土木学会論文集，D,Vol.62,No.4,pp.548-557,2006.
2) 蔦村彰・高山純一・中山晶一朗：リスク態度を考慮したロジット型利用者均衡モデルの構築，平成 16 年度学士学位論文，2005.2