

一般化パレート分布を用いた波高のベキ乗による極値波浪解析

名古屋工業大学 大学院 ○ 森瀬喬士
 名古屋工業大学 大学院 正会員 北野利一
 名古屋工業大学 大学院 フェロー 喜岡 渉

1.はじめに 従来の極値波浪解析においては、対象とする母分布関数として極値分布に加え、fittingに柔軟性のある関数も仮定し、高波データに対して分布関数のあてはめを行っている(合田,2006). その極値分布ではない分布関数として、経験的かつ伝統的にWeibull分布が用いられてきた. そのWeibull分布の極値はGumbel分布である. しかし、Gumbel分布への収束はかなり緩慢であり、台風や低気圧などの高波要因 1 つあたりの最大有義波高がWeibull分布に従う場合、Gumbel分布に収束していないことが多い. その場合でも、極値分布を母分布として比較的短い再現期間の確率波高を推定しても問題は少ないように思える. しかし、極大波高の抽出に必要な閾値の選定が困難であり、それは問題の根本的な解決ではない.

本研究では、波高のベキ乗量(例えば、2 乗量は単位長さあたりの波浪のエネルギーに相当)を対象にすることにより、極値分布への収束を早め、代用としての極値分布ではなく、収束すべき極値分布に適合できることを検討する.

2.理論 極値波浪解析において対象となるデータは、高波の有義波高の極大値を要素とした観測データである. 観測データを有効に利用する方法として、期間最大値ではなく、ある値より大きな事象を抽出して標本とする閾値法があり、閾値を適切に設定して解析する必要がある. 閾値を設定する際は、標本において閾値を越えたものの平均値を示す超過平均量を調べる. この超過平均量の変化が線形とみなせる部分は、極値の漸近理論によって、式(1)に示す一般化パレート分布 (GPD) に従う.

$$F(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \quad (1)$$

上式の x に y^ξ を代入した変数 y の分布は極値分布ではない. しかし y の分布から抽出される最大値は ξ が負の場合、形状母数 ξ の極値分布に収束することが高橋(2006)に示されている. ここで y^ξ の分布について考えれば、一般の確率分布から抽出される最大値に対してベキ乗することにより、極値分布への収束性を早めたり遅めたりすることが可能であることが分かる. ξ が正の場合は、 y^ξ の分布そのものとなっていることを考えれば、そのような性質はない.

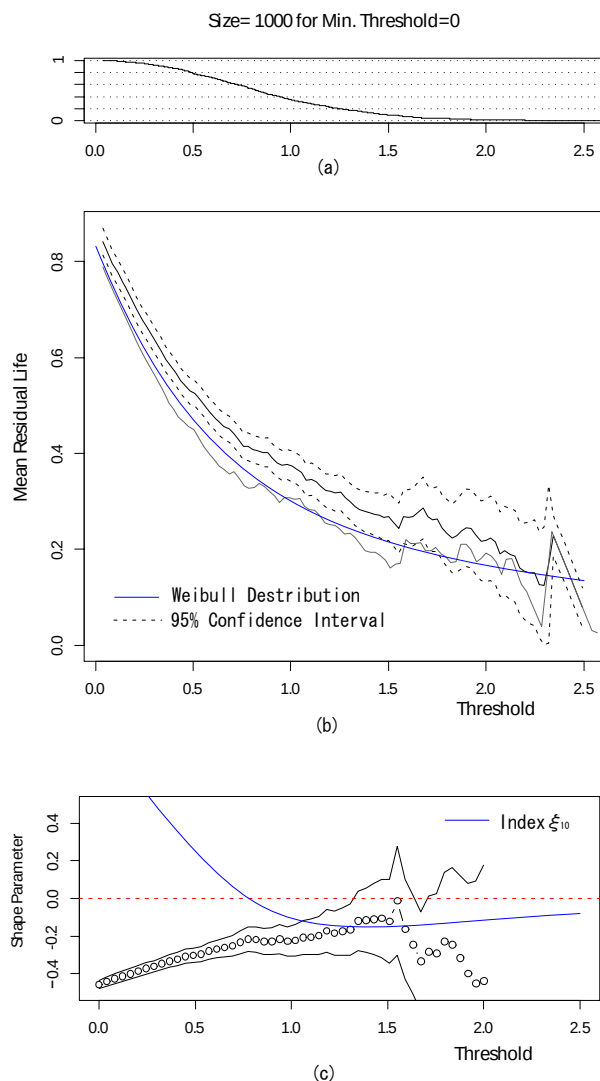
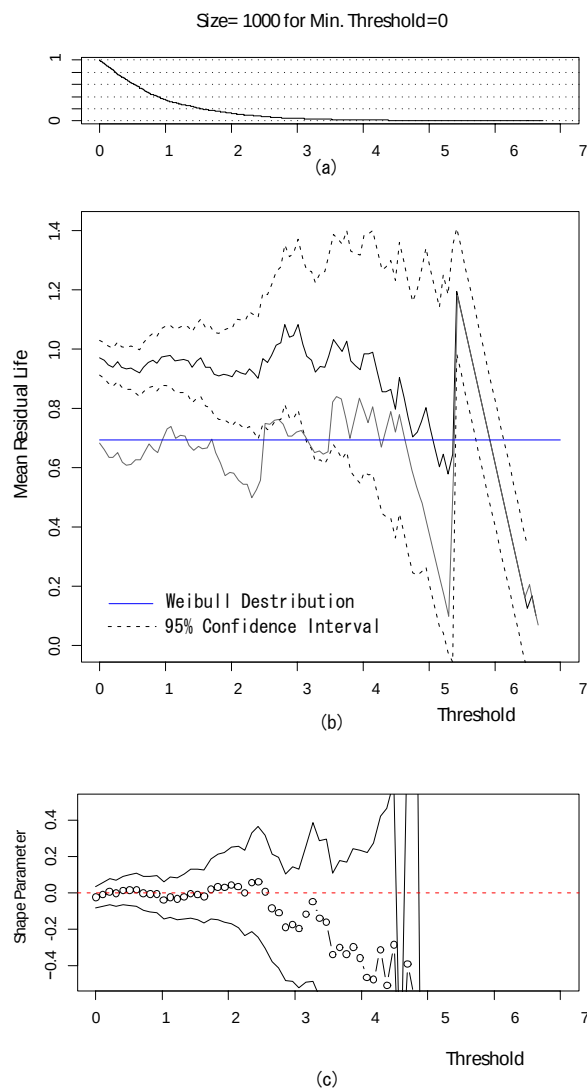
標本が GPD に従っていることの判断は平均超過量およびメディアン超過量の閾値に対する変化を見る. 波高が GPD に従っていれば、これらの量は閾値の変化に対し線形である. その勾配は形状母数のみに依存する. 他方、極値分布ではない、式(2)に示す Weibull 分布に対しては $k < 0$ の場合は下に凸の曲線となり水平線に漸近する.

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x-b}{a} \right)^k \right\} \quad (2)$$

閾値の選定のほかに、形状母数 ξ の推定値に対して閾値による変化を見る. それが一定値となる下限が最適な閾値である Weibull 分布を極値分布で代用した時の、次式に示す量

$$\xi_{10} = \log_5 \frac{x_{50} - x_{10}}{x_{10} - x_2} \quad (3)$$

が北野(2004)で提案されている. これを参考に Weibull 分布と極値分布のズレをみることができる.

図1 閾値による推定値の変化($\lambda=1$)図2 閾値による推定値の変化($\lambda=2$)

3. 理論の具体化 Weibull分布($k=2, a=1, b=0$)から 1000 個の高波を発生させたものを対象とする。図1はベキ変換しない場合の解析結果である。図1(b)は、この標本による平均超過量に加え、メディアン超過量とその理論曲線を示す。どのような閾値を取っても、それらは一定の勾配を持たないことが分かる。なお、図1(c)より、標本に対する形状母数 k は北野の裾厚度 ξ_{10} を導入した理論曲線からも分かるとおり、閾値を選定することは困難であることがわかる。仮に閾値 $u=1.3$ を選んだとしても図1(a)のように残存標本の割合が少なく、データを有効に扱えていない。図2はベキ変換(標本の値を2乗)を行った場合の結果である。図2(b)の超過平均は水平に見える。つまり標本の極大値を極値分布とみなして扱うことができる。閾値の選定は図2(c)よりほぼ $u=0$ として扱ってよいと判断でき、これは標本すべてがGPDに従っていることを示す。

以上より、データをベキ乗することにより、GPDを適用する際に、取り扱う標本サイズを増やすことが期待できる。母数の統計誤差は標本サイズに逆比例するので推定に有利である。今後、現実の高波データを対象に取り扱って、具体的に示したい。

【参考文献】

合田良美 (1977): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版, pp.270-278

高橋倫也 (2006): パワーベータ分布, 統計数理研究所共同研究リポート 183, pp.40-53.

北野利一 (2004): 極値波高分布を特徴づける2つの指標-裾長さと裾厚度-, 統計数理, vol. 52, No.1, pp.135-149.