

不規則波浪の波高と周期の結合確率分布に関する検討

名古屋工業大学 大学院

森下 和帆

名古屋工業大学 工学部 正会員

北野 利一

名古屋工業大学 工学部 フェロー

喜岡 渉

1. 目的 波高の階級毎の周期の統計特性を考察するためには、波高と周期の結合確率分布が必要となる。結合分布についての代表的な理論にはLonguet-Higgins(1975)があるが、狭帯域スペクトルを対象としたものであり、周期分布が平均周期を軸とする線対称形になるなどの難点を持っている。図-1に、発達した風波の代表的なスペクトルであるPierson-Moskowitzスペクトルから発生させた標本の散布図と、理論分布とを重ねたものを示しており、周期の統計的特性を十分に説明している理論とは言い難い。また、Longuet-Higgins(1983)では新たに非線対称性を表現した式を提案しているが、有義波周期が短目になるなど、シミュレーション結果を十分に表しているとはいえず、式も複雑な形になっているため、実務への適用が難しくなっている。本研究では、周期の近似方法を改めることで、現実の波浪特性を適切に表すことを目的とし、さらに、より簡便な形で波高・周期の結合分布を表現する。

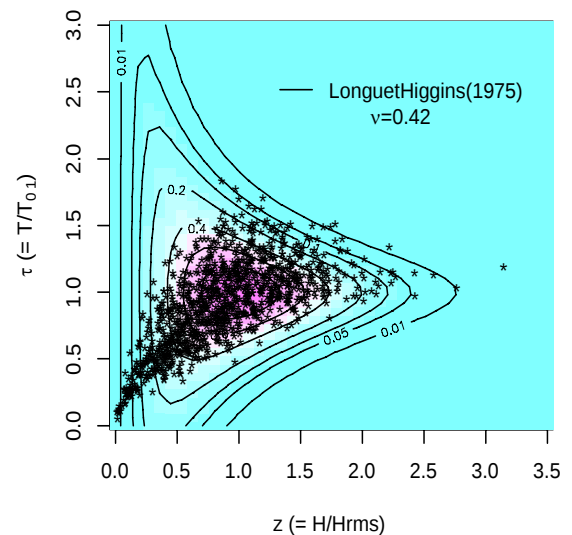


図-1 波高と周期の結合分布

2. 研究内容 Longuet-Higgins(1975)では、図-1の結合確率分布を波高分布であるRayleigh分布で除すことにより、波高を条件とする周期の条件付き確率密度関数が次式で得られる。

$$\tilde{p}(\tau|z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}(\nu/z)} \exp\left\{-\left(\frac{\tau-1}{\nu/z}\right)^2\right\} \quad (1)$$

ここで、式(1)における波高と周期は無次元化されており、それぞれ、 $z = H/H_{rms}$, $\tau = T/T_{01}$ である。

また、上式はスペクトルモーメントから算出される狭帯域パラメータ ν が十分に小さいことが条件となっており、図-1をみるとおり、 ν が大きい場合には分布の特性を上手く表現できていない。

式(1)の誘導過程において、Longuet-Higgins(1975)は次式のような近似を行っている。

$$\frac{2\pi}{T} \approx \bar{\sigma} + \dot{\phi} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は代表周波数($=2\pi/T_{01}$)であり、 $\dot{\phi}$ は位相角速度($=\partial\phi/\partial t$)である。つまり、式(2)における右辺は、「無限小の時間」における角速度であり「有限な大きさ時間」の角速度ではない。しかし、右辺と左辺を等号で結ぶ場合、左辺の T は、無限小の時間間隔である局所周期(local period)となり、本来の意味での周期(有限な大きさの時間間隔)ではないという矛盾が生じてしまう。そこで、周期の近似を次式のように改める。

$$\frac{2\pi}{T} \approx \bar{\sigma}_p + \dot{\phi} \quad (3)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_p$ は波高に依存する平均角周波数である。図-1を見れば代表周波数は波高に応じて変化していることがわかる。そこで、式(2)で用いられている波高に関係なく一定値である代表周波数 $\bar{\sigma}$ を、波高によって変化する平均角周波数 $\bar{\sigma}_p$ に置き換えたわけである。

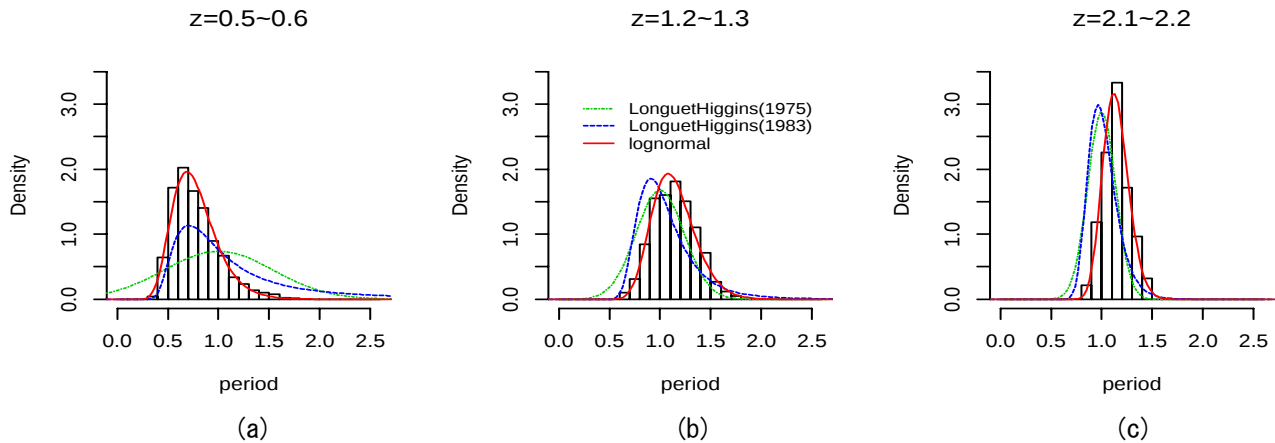


図 - 2 各波高断面における周期分布

式(3)による周期の近似をもとに、周期の条件付き確率密度関数を導き出せば、次式のような対数正規分布の形で求めることができる。

$$p(\tau|z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\tau} \left(\frac{\tau_p \cdot z}{\nu} \right) \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\tau_p \cdot z}{\nu} \right) \log(\tau/\tau_p) \right\}^2 \right] : \tau_p = \bar{\sigma}/\sigma_p \quad (4)$$

対数正規分布の特性量は十分に知られているため、この周期の分布をさらなる理論に応用して用いるのに便利である。図-2に波高を断面とした時の周期の分布を示す。Longuet-Higgins (1975)の分布形は線対称であり、Longuet-Higgins(1983)では非線対称形となっているが、どちらも十分には表現できてはいない。また、波高の大きな波については有義波周期に相当する代表周期と分布との間にずれが生じている。それらに対し、対数正規分布は、各波高毎の周期分布によく従っていることがわかる。

3. 考察 図-2で示した各波高の周期分布のパーセントタイル点を代表値として抽出し、それらの波高による変化を図-3に示す。平均波高周辺での周期のばらつきが大きく、波高が大きくなるにつれてばらつきが小さくなっていくという波高・周期分布の基本特性が確認できた。また、有義波の算出対象範囲($z \geq 1.2$)の波についての平均周期が全体の平均周期($\tau = 1$)よりも大きいことが確認できた。

波高に依存する平均角周波数 σ_p を導入することで、波高を条件とした周期分布理論を対数正規分布という便利な分布形で表現した。また、シミュレーションによって、周期の条件付分布が、対数正規分布によく従うことも確認できた。今後の課題として、北野ら(2000)による有義波周期の理論を用いて σ_p の理論値を導出するということが挙げられる。

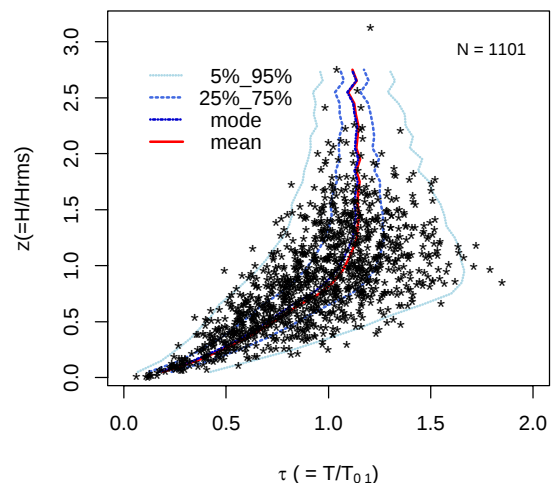


図 - 3 周期分布のパーセントタイル点の変化

参考文献

- Longuet-Higgins, M.S(1975): On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves. J.geophy. Res. 80(18), 2688-2694.
 Longuet-Higgins, M.S(1983): On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field. Proc. R. Soc. Lond. A 389, 241-258
 北野利一ら(2000): 周波数スペクトルに基づく有義波周期の理論, 海岸工学論文集, 第47巻, pp71-75