

一般的曲面の境界要素自動作成に関する基礎的研究

福井大学大学院
福井大学大学院

学生会員 ○ 今度 薫
正会員 福井 卓雄

1 はじめに

高速多重極法を利用した境界要素解析法により、境界要素データを使った大規模問題の解析が可能になってきている。このような大規模問題の解析において境界データの作成は容易ではない。また、効率よく解析を行うためには、データ作成を自動化する必要がある。これを行うために、形状表現のために広く普及している CAD や CG といった技術を利用することを本研究の目的とする。最適な形状設計を行うため、CAD の出力する形状データを使って、境界要素モデルを自動的に生成することが望ましく、そのための研究をこれまで進めてきた [1][2][3]。

本研究では、スプラインにより構成された曲面に対して境界要素自動生成手法について基礎的研究を行う。

2 形状設計

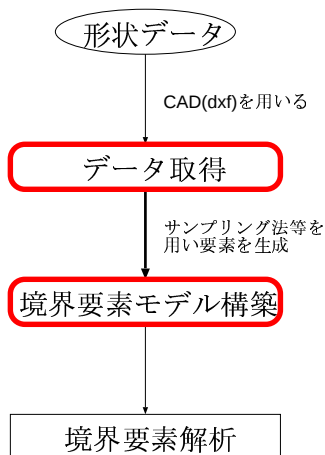


図-1 手順

本研究の解析の流れを図-1 に示す。データ入力装置として CAD を利用し、曲面形状の表現方法として、スプライン曲線の集合及び閉じたスプライン曲線を用いる。スプライン関数により表現された境界に対し、既研究を利用することで境界モデルを構築する。その後、境界要素解析を行い形状を決定する。また、今回は太線部に着目する。

2.1 スプライン曲面

スプライン関数は、多項式をある連続条件を満たすように接続した区分的多項式である。スプライン関数の表現式にはいくつかあり、代表的なものとして3次スプライン、B-スプラインなどが挙げられる。また、多項式で上手く近似

できない関数を有理式により表現することもできる。これらはそれぞれ目的にあわせて利用する。

CAD による曲面は、NURBS 曲面を用いている。NURBS 曲面は、B-スプライン曲面を改善したもので2次元曲面も表現することができ、重みと呼ばれる第4の座標とも言うべきものを考え (x, y, z, w) 座標を持つ4次元空間内において B-スプラインの射影 (x, y, z, w) を $(x/w, y/w, z/w)$ によって、3次元空間に写像したものとする。ここで NURBS 曲線式は、

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} N_{i,k}(t) \mathbf{P}_i \omega_i}{\sum_{i=0}^{n-1} N_{i,k}(t) \omega_i} \quad (1)$$

であり、曲面に関しては、

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{S}(s, t) \\ &= \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(s) N_{j,l}(t) \mathbf{P}_{i,j} \omega_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(s) N_{j,l}(t) \omega_{i,j}} \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここで N は B-スプライン基底関数、 P は制御点、 ω は重みである。また、 k, l はそれぞれ s, t 方向の次数である。以下の式は B-スプライン基底関数である。式 (2) を、 x, y, z 方向に関しそれぞれ考えることで曲面が生成される。

$$N_{i,0}(s) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} N_{i,k}(s) &= \frac{s - x_i}{x_{i+k} - x_i} N_{i,k-1}(s) \\ &\quad + \frac{x_{i+k+1} - s}{x_{i+k+1} - x_{i+1}} N_{i+1,k-1}(s) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 x はノットである。ノットは、単調増加する数列であり、多重ノットを用いると端点を制御点に一致させることや連続でない曲線を作成できる。

2.2 データ取得

CAD データは、中間ファイル形式である DXF データを用いる。CAD により描写されたスプラインのデータは、以下により構成される。

表-1 データ構成

groupcode	内容	groupcode	内容
70	スプラインフラグ	43	制御点許容差
71	スプライン次元	44	フィット許容差
72	ノット数	40	ノット値
73	制御点数	41	重み
74	フィット点数	10, 20, 30	制御点 (x, y, z)
42	ノット許容差	11, 21, 31	フィット点 (x, y, z)

スプラインフラグにより、スプラインの形状 (閉じている、開いている等) を判断する。また、ノットにより基底関数を決定し、制御点は、曲線を描くための各座標である。フィット点は、曲線上の点データであり、CAD 上で動かすことも可能である。

ここで、式 (2) と対応させて考えると、 P は 73 の制御数および 10、11、12 の座標値のデータが入り、 ω は 41 の重みに対応させることができる。ただし、41 の重みはスプラインフラグが有理スプラインであるときのみ現れる。

3 境界要素モデル構築

CAD データをもとに、スプライン曲面の境界モデルを構築する。要素生成は、既研究 [1][2][3] を利用することで自動的に作成することが可能である。

図-2 左は CAD を用い作画した NURBS 曲面である。これは NURBS 曲線を 4 つ組み合わせ作画し、CAD 上でメッシュを作成したものである。CAD によるメッシュは均一ではないため、新しく境界要素を作成する必要がある。また、その一部を取り出したものが図-2 右である。CAD に

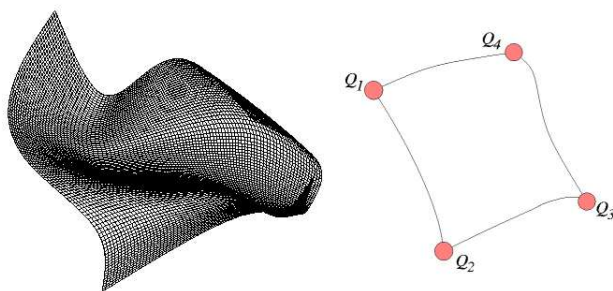


図-2 CAD によるメッシュ

より作成されたメッシュのひとつを取り出し、パラメータ (t, s) 空間上に置き換え考える。実寸によるスケールリングを行い、単純なパラメータ上に変換し、その上をランダムウォークさせサンプリングを行う。この時、四角形を

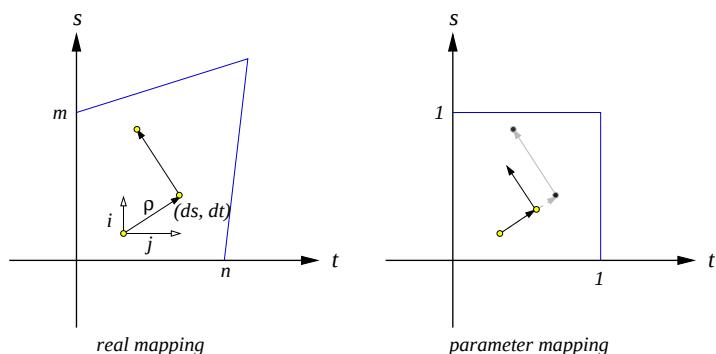


図-3 t, s 空間へのマッピング

作り出す 1 辺 Q_1, Q_2 が、図-4 のような曲線を描くとする。ランダムウォークは、ガウス分布に従い実空間上を移動する。しかし、曲線は、パラメータ上を移動するごとにその接線勾配を変化させる。そのため、その 1 歩分はパラ

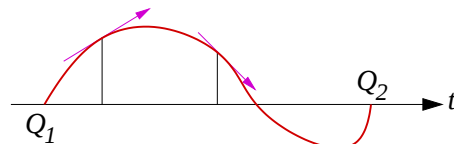


図-4 接線

メータ空間上と実空間上では若干の誤差が生じる。その修正方法として以下の方法を用いる。

NURBS 曲線の接平面は、各パラメータの偏微分 $\frac{\partial S}{\partial s}$ 、 $\frac{\partial S}{\partial t}$ により表現することができる。接平面より法線を決定することができ、

$$n = \frac{\partial S}{\partial s} \times \frac{\partial S}{\partial t} \quad (5)$$

で表すことができる。次にパラメータ空間で表現し、その長さを ρ_0 とすると

$$\rho_0 = \sqrt{ds^2 + dt^2}$$

と考えることもでき、 $|d\mathbf{x}| = \rho_0$ となる。次に、曲面上でのベクトルを考えると、

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial s_\beta} ds_\beta$$

となり、これは $|d\mathbf{x}| = dx_i$ となる。また、内積を求め曲面上での大きさ求める。

$$dx_i dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial s_\alpha} \frac{\partial x_i}{\partial s_\beta} ds_\alpha ds_\beta$$

ここで、 $ds_1 = ds$ 、 $ds_2 = dt$ である。また、 ρ は、曲面上での長さを示しており、射影された空間との比を考え、サンプリング点を求める。

$$\frac{\rho_0}{\rho} dx_i = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial x_i}{\partial s_\alpha} ds_\alpha \quad (6)$$

これらより、曲面を再構成させサンプリングを行い境界要素を作成してく。

4 おわりに

曲線上を一定にランダムウォークさせ、パラメータ空間上にマッピングし、もとの取り出した曲面に再プロットすることで、サンプリングを行うことができる。このサンプリングを基に Delaunay 三角形分割等を用い、境界要素を作成する。

参考文献

- [1] 福井卓雄：確率的サンプリング法を利用した任意曲面の境界要素モデル作成手法，計算数理工学コンファレンス論文集，**3**，2003.
- [2] 今度薫、上田哲也、福井卓雄：3 次元 CAD を用いた不定形構造要素の境界要素法モデルの作成に関する基礎的研究，土木学会第 60 回年次学術講演会概要集，2005
- [3] 上田哲也、浦勝一、福井卓雄：大規模境界要素解析のための境界要素自動生成手法，計算工学講演会論文集，**9**，pp.801-804，2004.