グンベル分布のエントロピーを用いた年最大日降水量の確率降水量の予測

信州大学工学部　正会員　寒川　典昭　　中央復建ｺﾝｻﾙﾀﾝﾂ株式会社　正会員　草刈　智一
信州大学大学院　　　　〇根津　隆大　　信州大学工学部　　吉平　誠司
信州大学工学部　　　　　山崎　基弘

1．はじめに

近年，異常気象に起因する深刻な気象災害が数多く発生しており，異常気象と気候変動に対する関心が高くなってきている．このような背景のもと，本稿では，ランダム性の経年変化を考慮した将来における確率降水量の算定手法について提案するものである．ランダム性の評価については，エントロピーを指標としてその経年変化を捉えることとした．また，対象とする降水量は年最大日降水量とし，グンベル分布に従うものとした．

2．算定手順

「ランダム性を考慮した確率降水量」の算定手順は図－１および以下に示すとおりである．

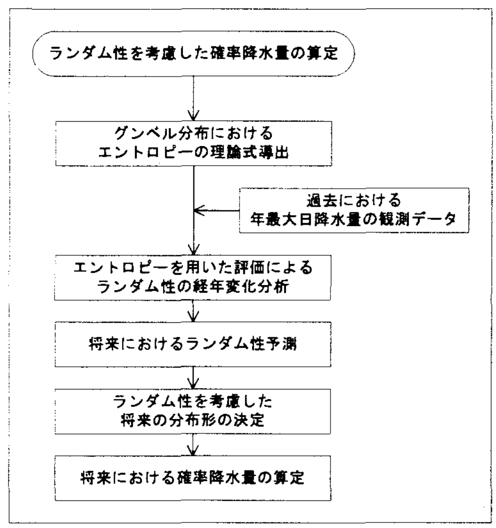
① 年最大日降水量が従うとされるグンベル分布のエントロピーの理論式を導出する．

② 過去に観測された年最大日降水量データの移動部分標本（１標本あたり 31 データ）ごとにエントロピーを算出する．

③ エントロピーの経年変化に基づいて，モデル関数の適用により，将来のある時点におけるエントロピーを推定する．

④ ③で推定されたエントロピーを考慮して，予測時点における将来のグンベル分布の分布形を決定する．

⑤ 得られた分布から確率降水量を算定する．



図－1　算定手順

3．グンベル分布のエントロピーの理論式

グンベル分布の確率密度関数は (1) 式で与えられる [1]. さらに，確率密度関数 $p(x)$ のエントロピー $H(x)$ は一般に (2) 式で得られる [2] ことから，グンベル分布のエントロピーの理論式は，(1) 式および (2) 式より (3) 式のように導かれる．

<グンベル分布の確率密度関数 $p(x)$>　　（a：尺度母数，b：位置母数）

$$p(x) = a \cdot \exp\left[-a(x-b) - \exp\{-a(x-b)\}\right] \quad (-\infty < x < \infty, a > 0) \tag{1}$$

<グンベル分布 $p(x)$ のエントロピー $H(x)$>　（単位：nit）

$$H(x) = -\int p(x) \cdot \ln(p(x))dx \tag{2}$$

$$= -\int_{-\infty}^{\infty} a \cdot \exp\left[-a(x-b) - \exp\{-a(x-b)\}\right] \cdot \ln\left[a \cdot \exp\left[-a(x-b) - \exp\{-a(x-b)\}\right]\right] dx$$

$$= \ln a\left[\exp(-e^t)\right]_{-\infty}^{\infty} + \gamma - \left[\exp(t-e^t) + \exp(-e^t)\right]_{-\infty}^{\infty} \quad , \quad (\ t = -a(x-b)\ )$$

$$= 1 - \ln a + \gamma \quad (\gamma = 0.57721\cdots,\ Euler\text{の定数}) \tag{3}$$

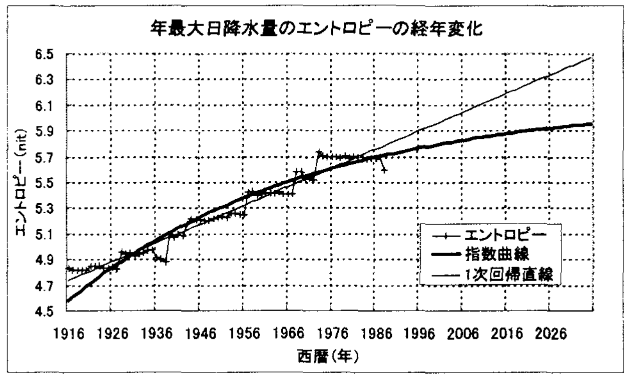
4．エントロピーの経年変化

それぞれの観測地点における年最大日降水量のエントロピーの経年変化を捉えるために，103 個の観測データから各 31 個の移動部分標本を 73 組（t=1～73）抽出し，その部分標本ごとにエントロピーを算出する方法とした．また，将来予測の手法として，エントロピーの値に対し直線近似と指数関数近似を行った．指数関数近似に用いたモデル関数を（4）式に示す．

$$H(t) = A - B\exp(-mt) \tag{4}$$

A：可能最大ｴﾝﾄﾛﾋﾟｰ（上限）or 経験的最小ｴﾝﾄﾛﾋﾟｰ（下限）
B，m：ｴﾝﾄﾛﾋﾟｰ経年変化より最小 2 乗法で算出される値

図－2に実データを用いて算出したエントロピーの経年変化の一例として，観測地点“浜田”の結果を示す．図のように，直線による外挿では将来に進むにつれ値は無限に発散していく為，そこから得られる確率降水量は現実と乖離してしまう．その為，外挿関数には指数関数のみを適用し，将来のエントロピーの値を求めた．



図－2　エントロピーの経年変化

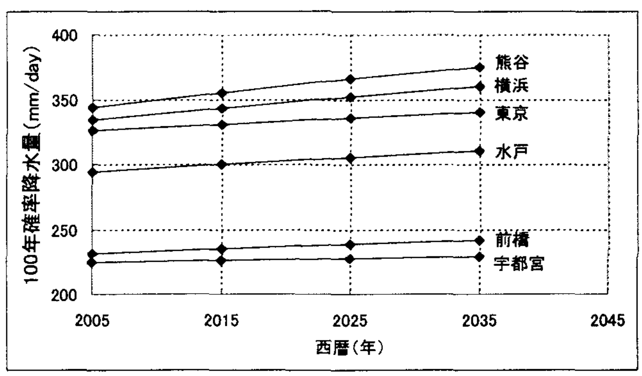
5．ランダム性を考慮した将来の確率降水量の算定

4．で得られた将来のエントロピーの値（ランダム性）から，現時点（2005 年）から 10 年後，20 年後，30 年後における 100 年確率降水量を算出することを試みた．確率降水量の算出にあたっては，グンベル分布の非超過確率を得ることをもとに（5）式により算出した．

$$x_T = b - \frac{\ln\{\ln(T/(T-1)\}}{\exp(1+\gamma-H)} \tag{5}$$

x_T：T 年確率降水量（mm/day）
T：確率年（年）
H：エントロピー（nit）
b：グンベル分布の位置母数
γ：ｵｲﾗｰ定数(＝0.57721･･･)

図－3には，関東地方の6箇所の観測地点について，2005 年を基準に 10 年，20 年，30 年後における 100 年確率降水量を算定した結果を示す．この図より，30 年後における 100 年確率降水量は，現在に比べて 5～30mm/day 程度，率にして 2～9%程度増加すること，また関東は地域として確率降水量が増加傾向にあることがよみとれる．



図－3　ランダム性を考慮した 100 年確率降水量の変化

6．あとがき

本稿では，年最大日降水量について，過去の観測データをもとにエントロピーの経年変化を分析することにより，「ランダム性の経年変化を考慮した将来の確率降水量」を算定する手法について提案を行った．さらに，関東地方における実データを適用して，30 年後までの経過年に推定される確率降水量を算定した．今回，外挿関数として指数関数を適用したが，今後はその適用に対する妥当性の検討，また，地域的な傾向の有無についても検討していくことが課題になる．

＜参考文献＞

1) たとえば神田徹，藤田睦博：新体系土木工学 26 水文学，技報堂出版，p.31，1982.
2) たとえば笠原芳郎：情報理論と通信方式，共立出版，p.13，1965.