

界面亀裂を持つ周辺単純支持された板の固有周期に関する解析

名城大学大学院 学生員 ○松岡 功治 (株) 安部工業所 正会員 国富 康志
海上自衛隊幹部候補生学校 学生員 土山 正登 名城大学 正会員 中川 建治

1. 解析対象

亀裂を含む平板や壁体の振動あるいは音響問題の基礎的な研究として、直線状の界面亀裂 1 本（支持線平行で偏心可能）を持つ長方形板の曲げ振動解析を報告する。既往の研究で報告されている^{1),2)}ものは、全て一様板を用いた解析であり、界面亀裂を持つ長方形板の解析は初の試みである。

基礎式は薄板の曲げ振動として最も基礎的な式 (1) に基づくものとして、亀裂の長さや中心位置と自由振動の固有周期との関係を研究する。解は $x < 0$ 部の解 $w_1(x, y, t)$ と $x > 0$ 部の解 $w_2(x, y, t)$ とする。

$$m \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} + D \nabla^2 \nabla^2 w_j(x, y, t) = 0 \dots\dots (1)$$

図 1 に示した長方形板は周辺単純支持として、 y 方向 L_y 、 x 方向は y 軸を挟んで $L_{x1} + L_{x2}$ のサイズとする。また、解析においては図 1 に示している斜線部で、板厚を 0.3cm~2.0cm まで変化する場合とポアソン比を 0.1~0.35 まで変化させる場合があるものとする。亀裂は図 2 に示すように、完全開口部 ($M_x = R_x = 0$) の長さ $2a$ 、Process zone 相当部が両先端に長さ b として（この点が本研究の特徴である）設けられている。自由振動であるから解は次の形とする。

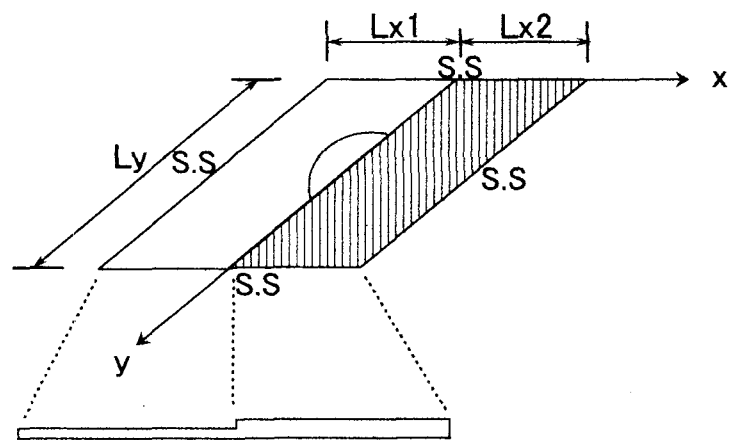


図 1 解析対象とする平板と亀裂

$$\begin{cases} w_j = e^{i\omega t} \sum_k X_{jk}(x) \sin\left(\frac{k\pi y}{L_y}\right) \dots\dots (2) \\ X_{jk}(x) = \text{指数関数 (割愛)} \end{cases}$$

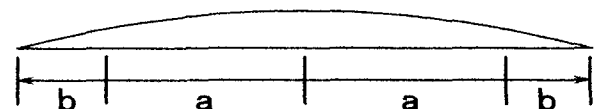


図 2 亀裂拡大図

2. 開口の構成

Process zone を含めた開口部（変位不連続部）の形状 $g(\xi)$ に関する詳細は著者らの既報の文献^{1),2)}に譲るが、本研究の亀裂線上の境界条件は次の様に構成されている。

- 1) 完全開口部の断面力 (R_x, M_x) の 0 に対する相対誤差は、亀裂先端の process zone 部の最大断面力の 10^{-5} のオーダーである。
- 2) process zone では有限で滑らかな断面力と開口変位とが並存している。
- 3) 亀裂線上の連続部はたわみも断面力も、滑らかに（フーリエ展開の 140 項以上の残渣が残る程度で）連続条件が満足されている。

3. 解析結果

解析対象の長方形板は厚さが 1 cm の鋼板で大きさは一辺が 100cm である。しかし、各々の解析においては板厚比を変化させる場合、ポアソン比を変化させる場合と行う。亀裂は y 軸線の中心に位置させ、実開口部長さ： $2a = 30\text{cm}$ 、Process zone： $b = 5\text{cm}$ のものを一本とする。

- 1) 図 3-1 は、板厚比 $h_2/h_1=0.3\sim 2.0$ まで変化させた場合の 1 次振動～5 次振動の固有周期を示している。また、図 4-1 は板厚比 0.3 での 1 次振動におけるたわみ曲面を示し、図 4-2 は板厚比 2.0 での 5 次振動におけるたわみ曲面を示している。
- 2) 図 3-2 は、ポアソン比 $\nu=0.10\sim 0.35$ まで変化させた場合の 1 次振動～5 次振動の固有周期を示している。また、図 4-3 はポアソン比 0.1 での 1 次振動におけるたわみ曲面を示し、図 4-4 はポアソン比 0.25 での 5 次振動におけるたわみ曲面を示している。

4. まとめ

本研究では、界面亀裂を持つ板の固有周期に関する研究を行い、板厚比変化またはポアソン比変化から以下の事を明らかにした。

- 1) 板厚比が増加するに伴い振動周期は減少する。これは、板厚が大きくなることで振動が小さくなるためである。
- 2) 界面 (y 軸) に沿う断面力の連続条件は両側のポアソン比 ν_1, ν_2 を含むので、これが振動周期にどれ程影響するかを検討した。その結果、ポアソン比変化では振動周期に著しい変化なく、たわみ曲面からも一様板と比較しても大きな変化はない。

【参考文献】

- 1) 土山、国富、中川、藤井；亀裂を含む長方形板の自由振動解析、平 15・土木学会中部・概要集 I-51.
- 2) 松岡、土山、国富、中川；亀裂を含む長方形板の支持辺の様式と固有周期の関係の解析、平 16・土木学会中部・概要集 I-37.

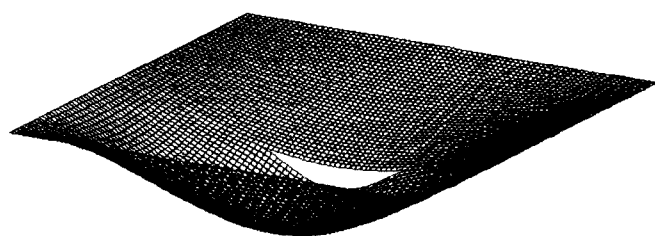


図 4-1 板厚比 0.3 での 1 次たわみ曲面

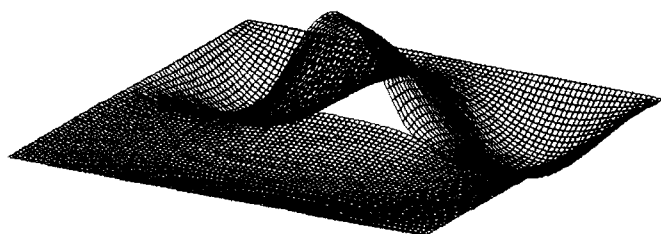


図 4-2 板厚比 2.0 での 5 次たわみ曲面

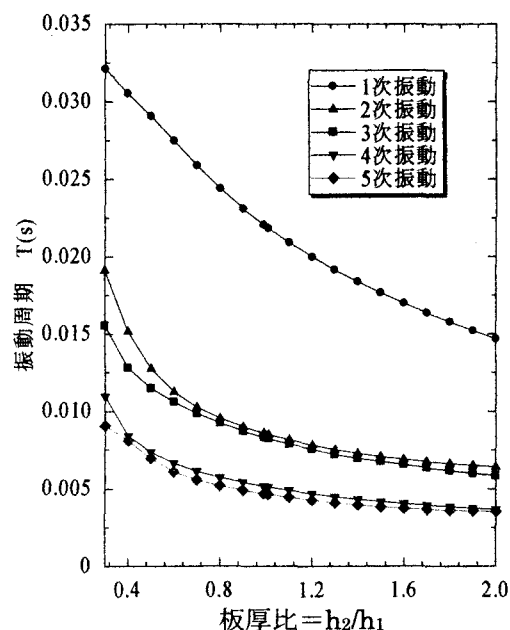


図 3-1 板厚比変化に対する固有周期

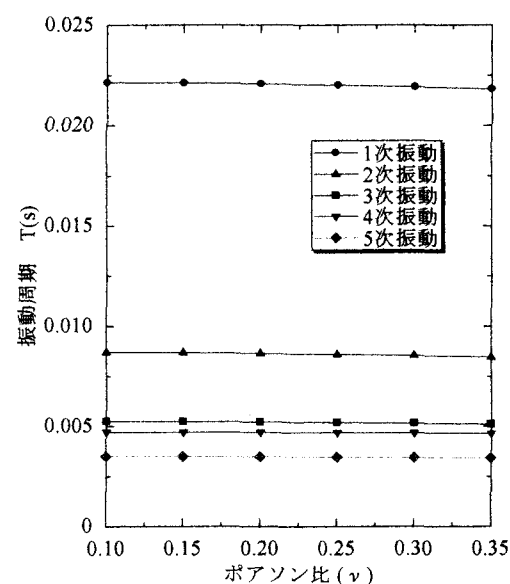


図 3-2 ポアソン比変化に対する固有周期

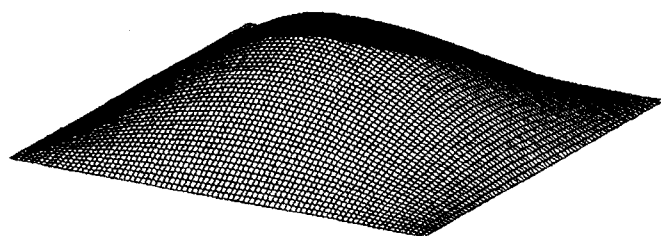


図 4-3 ポアソン比 0.1 での 1 次たわみ曲面

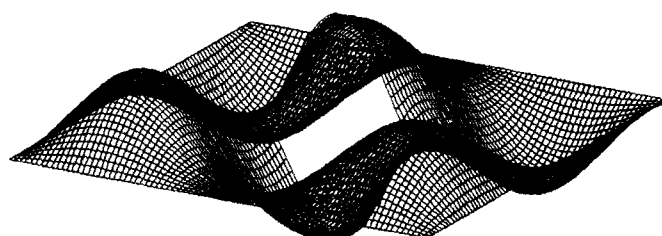


図 4-4 ポアソン比 0.25 での 5 次たわみ曲面