リスク態度を考慮したロジット型利用者均衡配分モデルの構築

金沢大学工学部 ○ 蔦村 彰
金沢大学大学院自然科学研究科 正会員 中山晶一朗
金沢大学大学院自然科学研究科 正会員 高山 純一

1. はじめに

代表的な交通均衡モデルとして，ワードロップ均衡[1]や確率的利用者均衡(SUE)[1]がある．確率的利用者均衡はランダム効用理論に基づいた経路選択による交通ネットワーク均衡であり，ワードロップ均衡における「利用者は常に利用可能な経路について完全な情報を得ている」という前提を緩めたものである．しかし，選択率を決定する段階では確率項が考慮されるものの，交通量配分の際はその選択確率に基づいて「確定的」に配分している．よって，確率的利用者均衡はネットワークの不確実性を取り扱うには十分とは言い難い．

そこで経路交通量を，経路選択率を用いて，二項分布，ポアソン分布として表すことにより，確率的利用者均衡に変わる不確実性を考慮した新しい均衡モデル[2]が提案された．しかし，このモデルは期待旅行時間のみによって，交通量を（確率的に）配分するものであり，より実際の経路選択行動を反映させるためには，期待旅行時間だけでなく，利用者のリスク態度などを考慮することが望ましい．このような要因を考慮するためには，経路選択行動にロジットモデルを適用することがひとつの有用なアプローチであり，上で述べた均衡モデル[2]にロジットモデルを組み込むことを本研究では目的とする．

2. 基本概念

本研究では，道路利用者は確率的に経路を選択すると仮定する．この時，N^r 人が存在する OD ペア r ($\in U$)の利用者が経路 k ($\in K^r$)を確率 p_k で選択すると，経路 k のその OD ペア r に関する経路交通量は二項分布 Bin(N^r, p_k)に従う．このように経路交通量が確率変数であるため，経路旅行時間も当然確率変数となる．ここでは同一 OD ペアの全員が同じ確率で経路を選択すると仮定する．

一般に，二項分布において試行回数が非常に多く，生起確率の小さい場合，それをポアソン分布で近似することが出来る．したがって，交通ネットワークの規模が大きい場合は OD 交通量が多くなること，一つの経路の選択確率は小さくなることから，ポアソン分布を適用することが可能となると考えられる．

以降，取り扱いの容易さから，交通量をポアソン変数と仮定する．このように仮定した場合，経路 k の交通量は，平均が $N^r p_k$ のポアソン分布と考えることができる．ここで，$N^r p_k$ を μ_k と書き換えると，経路 k の交通量の確率関数は

$$\Pr[F_k^r = f] = \frac{{\mu_k}^f \cdot e^{-\mu_k}}{f!} \tag{1}$$

となる．なお，$\sum_{k \in K^r} \mu_k = N^r$ である．ポアソン分布の平均と分散は同じ値であり，共に，μ_k となる．

このように経路交通量をポアソン分布と仮定すると，非常に数学的な取り扱いが容易になり，均衡を最適化問題として定式化することが可能になる．

経路交通量がポアソン分布に従う場合，ポアソン変数の和であるリンク交通量もポアソン分布に従う．なぜなら，独立なポアソン変数の和はポアソン変数となるからである．したがって，経路交通量の和とみなすことができるリンク交通量もポアソン分布になり，リンク a の平均交通量 μ_a は

$$\mu_a = \sum_{k \in K} \delta_{a,k} \cdot \mu_k \tag{2}$$

となる．ここで，$\delta_{a,k}$ はリンク a が経路 k に含まれている場合は1をとり，含まれていない場合は0になる変数である．

本研究のモデルは，期待旅行時間の代わりに以下に示す実効旅行時間 V_k を用いることで，利用者の旅行時間の不確実性への態度（リスク態度）を考慮したモデルへ容易に拡張できる．

$$V_k = \overline{t_k} + \gamma\sqrt{Var[\overline{t_k}]} \tag{3}$$

V_k は経路 k の実効旅行時間，$\overline{t_k}$ は旅行時間の期待値，γ はパラメータ，$\sqrt{Var[\overline{t_k}]}$ は標準偏差である．これを用いて経路選択確率 p_k をロジットモデルで与える．

$$p_k = \frac{\exp(-\theta V_k)}{\sum_{k} \exp(-\theta V_k)} \tag{4}$$

ここでθはパラメータである．また，さらに車線数など経路に関する要因を考慮することも可能である．

3. 相補性問題としての定式化

前節で述べたようなロジットモデルを本研究のモデルに組み込むには，これまでのようなリンクベースの配分ではなく，経路ベースの配分をしなければならない．そこで，本研究ではモデルの定義式を相補性問題として以下のように定式化する．

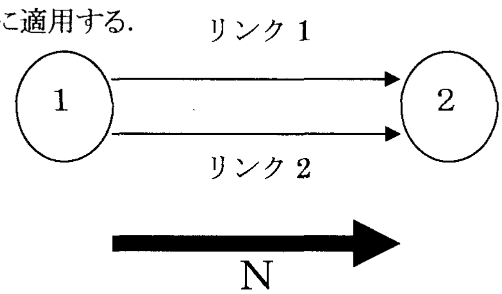
$$\begin{cases} f_k \cdot \{t_k(f) + \dfrac{1}{\theta}\ln f_k - \lambda\} = 0 \\ t_k(f) + \dfrac{1}{\theta}\ln f_k - \lambda \geq 0, \quad f_k \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} \lambda \cdot \{\sum_k f_k - N^r\} = 0 \\ \sum_k f_k - N^r \geq 0 \end{cases} \tag{6}$$

ただし，λは最短経路の所要時間である

4. 単純なネットワークへの適用

前節で述べた，ロジットモデルの式においてポアソン変数で置き換えた式を用いて下図の単純なネットワークに適用する．



	t_{a0}(分)	C_a(台)
リンク 1	10	1000
リンク 2	20	2000

リンクの所要時間の期待値は BPR 関数に交通量の確率変数μを用いることによって求める．

以上の条件で，OD 交通量は 2500 台とし，γを

(1) $\gamma=0$

(2) $\gamma=1$

(3) $\gamma=2$

の 3 通りについて行う．

$$p_1 = \frac{e^{-\theta V_1}}{e^{-\theta V_1} + e^{-\theta V_2}} = \frac{\mu_1}{N} \tag{7}$$

$$\mu_1 + \mu_2 = N \tag{8}$$

μ は経路交通量の期待値であり，θ=0.5 とする．

交通量の分布がポアソン分布に従うので，経路選択確率を p_j とすると，交通量の期待値，分散ともに$E[X_j]=Np_j=\mu_j$である．また，$E[X_j^k]$は積率母関数を微分することで得られる．これにより計算量を減少させることができる．結果を次に示す．

(1) γ＝0のとき

	リンク交通量の期待値（台）	リンクの所要時間の期待値（分）	リンク交通量の分散
リンク 1	1266.30	13.86	14.41
リンク 2	1233.70	20.43	3.89

(2) γ＝1のとき

	リンク交通量の期待値（台）	リンクの所要時間の期待値（分）	リンク交通量の分散
リンク 1	1180.74	12.92	8.94
リンク 2	1319.26	20.57	4.34

(3) γ＝2のとき

	リンク交通量の期待値（台）	リンクの所要時間の期待値（分）	リンク交通量の分散
リンク 1	1150.31	12.63	7.39
リンク 2	1349.69	20.62	4.49

また，同条件でワードロップ均衡による交通量配分を行うと，リンク 1，2 のリンク交通量はそれぞれ，1612，888 となり，リンクの所要時間は 20.12 である．

5. おわりに

本研究ではポアソン分布に従う交通量を持つ確率ネットワーク均衡に，ロジットモデルによる経路選択を導入した確率的利用者均衡配分モデルを提案した．パラメータの値を変えたときに得られる結果の比較，および金沢のネットワークへの適用結果は講演時に報告する．

参考文献

1) 土木学会(1998)交通ネットワークの均衡分析，丸善．

2) 中山晶一朗，高山純一，笠島崇弘(2002)旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡，土木学会第57回年次学術講演会講演概要集，pp.69-70.