

## 種々の応力履歴を受ける土の異方性の発達とそのモデル化

名古屋工業大学 非会員 ○森河由紀弘  
 名古屋工業大学 正会員 HOSSAIN MD. SHAHIN  
 柳生案理 中井照夫 檜尾正也

**1. はじめに**

土は過去に受けた経験や周囲の状況により、まったく同じ状態のものは存在しない。したがって、土の強度・変形特性は応力履歴に大きく依存するものである。そこで本研究では粘土を対象に三軸圧縮試験を行い、応力履歴による異方性の影響を検討した。また従来、応力誘導異方性は移動硬化則、或いは回転硬化則を用いて表現されるが、本研究では等方硬化モデルを用いて応力誘導異方性を表現できるモデルへと拡張した。

**2. *subloading t<sub>ij</sub> model***

等方硬化型の *subloading t<sub>ij</sub> model* は修正応力  $t_{ij}$  を用いた *t<sub>ij</sub> clay model* に下負荷面の概念を取り入れて構築されているモデルである。その主な特徴は①修正応力  $t_{ij}$  を用い中間主応力の影響を考慮できる、②下負荷面を考えることにより密度変化に伴う挙動の変化を考慮できる、③塑性ひずみ増分を *flow rule* に従う項  $d\varepsilon_{ij}^{P(AF)}$  と等方圧縮する項  $d\varepsilon_{ij}^{P(IC)}$  に分けることにより、応力経路依存性を表現できる。 $t_{ij}$  は式(1)で表すことができる。 $t_N, X$  は式(2)で表せ、p, ηに対応するものである。降伏関数は  $t_N, X$  を用いてカムクレイモデルと同じように式(3)のようになる。式(6)の  $\rho$  は  $\rho = -(\lambda - \kappa) \ln(t_{Nle}/t_{N1})$  とし、現在の応力状態と正規状態との間隙比の差を表す。

**3. 提案モデルの概要**

以前の三軸試験結果から、土はせん断履歴等によって異方性が発達し、負荷とともにその異方性はやがて消失することが確認されている。応力誘導異方性を表現するため、 $a_{ij}$  を発展させた  $a_{ij}^*$ 、そして異方性が消失する面（異方性消失面）を導入したモデルを提案する。

**■ 異方性消失面**

Fig.1 に示すように下負荷面と異方性消失面との比を  $R^* = t_{N1}/t_{N1a}$  と定義した。単調せん断時には  $R^* = 1$  となり、弾性除荷時には異方性消失面は移動せず、弾塑性挙動するときに移動する。 $R^* = 1$  のときに異方性が消失する。せん断履歴時の偏差ひずみ ( $\varepsilon_{d Max}^P$ ) が大きいほど異方性の消失が遅いという実験事実が得られている。以上の条件を満足するため  $R^*$  の発展側は V,W の 2 つのパラメータを用いて式(7),(8)のように定義する。式(6)を図に表すと Fig.2 のようになる。

**■  $a_{ij}^*$  の導入**

粘土を試料に用いて  $p$  一定で主応力比  $R_{max} = (\sigma_1/\sigma_3)$  まで載荷し、 $R_{sq} = \sqrt{R_{max}}$  の応力状態まで除荷した後、主応力比  $R_{sq}$  一定の異方圧密試験(Fig.6 Test1)を行った。その結果、異方圧密初期にせん断履歴によりひずみが等方的に生じている事が確認できた(Fig.7)。そこでこの挙動を表現するため、異方性を考慮した  $a_{ij}^*$  を導入し、新たな修正応力  $t_{ij}^*$  と  $t_N^*$  を式(9),(10)のように定義する。

ひずみが等方的に発生するためには式(9)の  $t_{ij}^*$ 、及び式(10)の  $\bar{a}_{ij}$  が等方とならなければならない。例として Fig.3 に示すように  $R_{max} = (\sigma_1/\sigma_3) = 4$  までせん断すると  $\sigma_i$  の比は 4:1:1、 $a_i$  の比は 1:2:2 と

$$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}, a_i = \sqrt{\frac{J_3}{J_2 \sigma_i}} \quad \text{式(1)}$$

$$t_N = t_{ij} a_{ij}, t_S = \sqrt{t_{ij} t_{ij} - (t_{ij} a_{ij})^2}, X = \frac{t_N}{t_S} \quad \text{式(2)}$$

$$f = \ln t_N + \frac{1}{\beta} \left( \frac{X}{M^*} \right)^{\beta} - \ln t_{N1} = 0 \quad \text{式(3)}$$

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{P(AF)} + d\varepsilon_{ij}^{P(IC)} \quad \text{式(4)}$$

$$d\varepsilon_{ij}^{P(IC)} = K \langle dt_N \rangle \frac{\delta_{ij}}{3}, K = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{1}{t_N} \frac{t_N}{t_{N1}} \quad \text{式(5)}$$

$$d\varepsilon_{ij}^{P(AF)} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}}, \Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - K \langle dt_N \rangle}{\frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \left( \frac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \frac{a\rho^2}{t_N} \right)} \quad \text{式(6)}$$

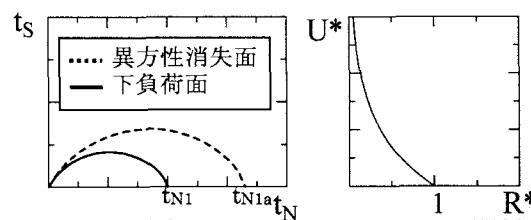


Fig.1 異方性消失面

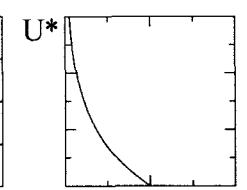


Fig.2 U\* R\* 関係

$$\dot{R}^* = U^* \|d\varepsilon_{ij}^P\| \quad \text{式(7)}$$

$$U^* = \left( \frac{V}{\varepsilon_{d Max}^P} + W \right) \cdot \ln R^* \quad \text{式(8)}$$

$$t_{ij}^* = \sigma_{ik} a_{kj}^* \quad \text{式(9)}$$

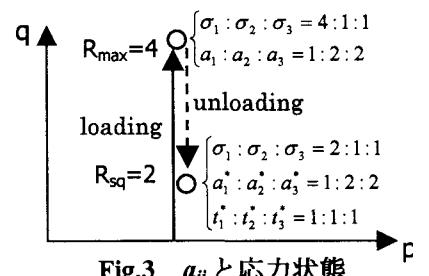
$$t_N^* = t_1^* \bar{a}_1 + t_2^* \bar{a}_2 + t_3^* \bar{a}_3 \quad \text{式(10)}$$

なる。そして  $R_{sq} = \sqrt{R_{max}} = 2$  の状態では  $\sigma_i$  の比は 2:1:1 となる。このとき  $a_{ij}^*$  が  $R_{max} = 4$  の状態と同じであれば  $t_{ij}^*$  は等方的となる。したがって  $R_{max}$  までせん断し、ある応力状態まで除荷すると主応力比が  $R_{max}$  の時の異方性がそのまま残っていると仮定した。また除荷時には  $R_{max}$  での  $a_{ij} = a_{ij}^*$  が変化しないまま応力状態のみが変化すると仮定した。次に  $\bar{a}_{ij}$  も従来の  $a_{ij}$  とは異なり等方的にならなければいけない。つまり異方性が生じると  $a_{ij}^* \neq \bar{a}_{ij} \neq a_{ij}$  となり、異方性が消失すると  $a_{ij}^* = \bar{a}_{ij} = a_{ij}$  となる。そして  $t_{ij}^*$  が等方的になった場合に  $\bar{a}_{ij}$  も等方的になるため、 $\bar{a}_{ij}$  を  $t_{ij}^*$  を用いて式(11)のように表す。

次に異方性の消失の仕方を  $R^*$  によって表現する。異方性が発達すると  $0 < R^* < 1$  となり、負荷によって異方性が消失していくやがて  $R^* = 1$  になる。ここで  $R^* = 1$  のときには異方性がなくなるので  $a_{ij}^* = \bar{a}_{ij} = a_{ij}$  となる。また Fig.4 のように除荷時には  $a_{ij}^*$  が変化せずに応力状態と  $R^*$  が変化していくことから  $a_{ij}^*$  の発展側を式(12)のように定義する。これにより  $a_{ij}^*$  は Fig.5 のように変化する。よって  $a_{ij}^*$  は  $R^* = 1$  に近づくにつれて現在の応力状態のみで唯一的に求められる  $a_{ij}$  に近づいていく、最終的に  $a_{ij}^*$  は従来の  $a_{ij}$  と一致することとなる。

#### 4. 実験及び解析結果

Fig.6 に Test1～Test3 の応力経路を示す。Test1 は  $p=196.00$  kPa の状態でせん断履歴を与えたのち異方圧密試験を、Test2,3 は Test1 と同様せん断履歴を与えたのち等方圧密試験を行ったものである。なお解析に用いる式(6)のパラメータは実験結果より  $V=0.95$ 、 $W=0.65$  とした。Test1 の GH 間（せん断履歴後の異方圧密）、Test2,3 の BK,BL 間（せん断履歴後の等方圧密）の実験、解析結果を Fig.7,8 に示す。Fig.7 の実験結果からせん断履歴により異方圧密初期は等方的な挙動をするが、やがて異方性が消失するにつれてひずみ増分の方向が履歴が無いものと一致する事が確認できる。Fig.8 でもせん断履歴の影響で載荷初期にひずみ増分が等方的に発生せず、やがて異方性が消失するにつれて等方的にひずみが発生するようになっている。またせん断履歴の大きい Test2 の方が Test3 よりも異方性の発達が大きく消失しにくいことが確認出来る。Fig.7,8 の解析結果から提案モデルは従来のモデルでは表現できなかった異方性の影響が表現可能である。また Fig.8 より、せん断履歴の大きさの違いが異方性へ及ぼす影響も精度よく表現できていると言える。

Fig.3  $a_{ij}$  と応力状態

$$\bar{a}_{ij} = \frac{t_1^* t_2^* t_3^*}{\sqrt{(t_1^*)^2 + (t_2^*)^2 + (t_3^*)^2}} \frac{1}{t_{ij}^*} \quad \text{式(11)}$$

$$\dot{a}_{ij}^* = \frac{a_{ij} - a_{ij}^*}{1 - R^*} \dot{R} \quad (\dot{R} > 0) \quad \text{式(12)}$$

$$\dot{a}_{ij}^* = 0 \quad (\dot{R} < 0)$$

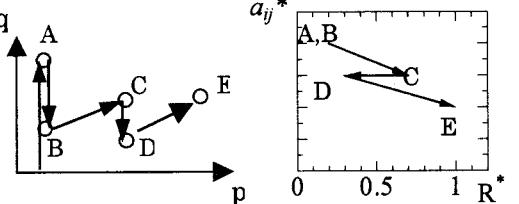


Fig.4 応力経路

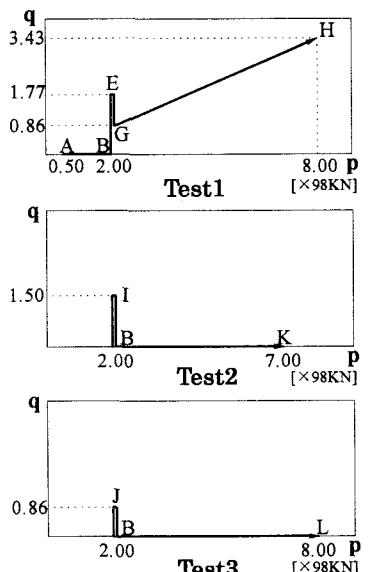
Fig.5  $a_{ij}$  の変化

Fig.6 応力経路図

Table.1 各点の応力状態

	$\sigma_1$	$\sigma_3$	$\sigma_1/\sigma_3$	$p$	$q$
A	0.50	0.50	1.00	0.50	0.00
B	2.00	2.00	1.00	2.00	0.00
E	3.18	1.41	2.25	2.00	1.77
G	2.57	1.71	1.50	2.00	0.86
H	10.29	6.86	1.50	8.00	3.43
I	3.00	1.50	2.00	2.00	1.50
J	2.57	1.71	1.50	2.00	0.86
K	7.00	7.00	1.00	0.00	7.00
L	8.00	8.00	1.00	0.00	8.00

[×98KN]

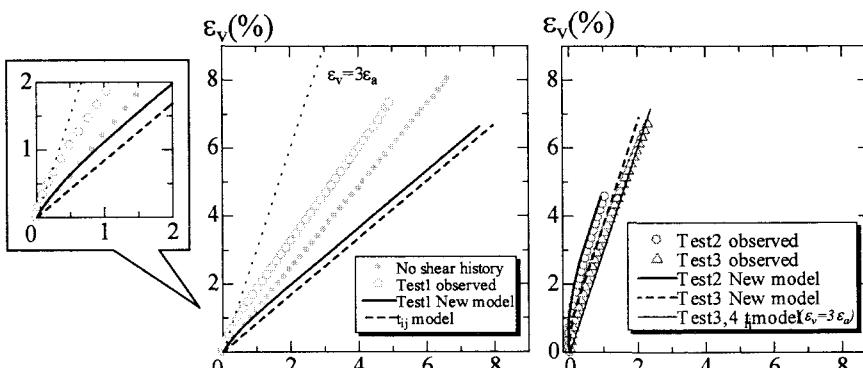


Fig.7 Test1 の結果

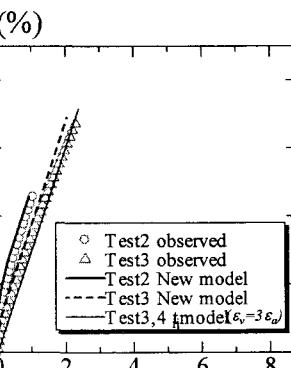


Fig.8 Test2,3 の結果