

混合境界条件を有する薄肉平板の動的応答特性に関する数値解析的アプローチ

○東海大学 学生会員 青木 由香利

東海大学 学生会員 草加 英之

東海大学 正 会 員 川上 哲太郎

はじめに

本研究では、接合部に欠陥を有する薄肉平板の動的応答特性の把握を目的として、境界要素法による数値解析的アプローチを試みたものである。数値解析モデルとしては、任意形状の薄肉平板を仮定し、境界条件としては、固定境界及び、溶接等による接合部に存在する欠陥を仮定した自由境界との任意混合境界とした。また、入力振動としては、平板内の任意点における調和振動荷重と仮定した。

境界要素法による平板の動的問題の定式化^{1), 2)}

時間調和振動する薄肉平板の運動方程式は、時間因子 $e^{-i\omega t}$ を省略した形で次の様に表せる。

$$(\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) = (\Delta - \lambda^2)(\Delta + \lambda^2)u(\mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{x})}{K} \quad \dots(1)$$

ここに、 Δ はラプラシアン、 u はたわみベクトル、 p は単位面積当たりの垂直荷重を表す。また、 ρ を密度、 h を平板の厚さ、 ν をポアソン比、 E をヤング率、角周波数 ω として、 K および λ は次式により与えられる。

$$K = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad \dots(2) \quad \lambda^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{K} \quad \dots(3)$$

平板の領域、境界等の定義を図-1に示す。図中において、 D は平板の支配方程式が定義されている内部領域、 D_c はその補領域である外部領域を表す。また n は外向き単位法線ベクトル s は接線ベクトルである。

平板のたわみとたわみ角に関する積分表現は、Greenの公式と基本解 U より、領域内および境界上の4つの物理量すなわち、たわみ u 、たわみ角 $\partial_n u$ 、曲げモーメント $M_n u$ 、等価せん断力 $V_n u$ を用いて次のように定式化される。

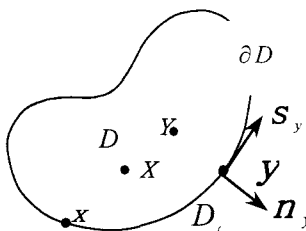


図-1 内部問題における領域の定義

$$\begin{aligned} & - \int_D U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{p(\mathbf{Y})}{K} d\mathbf{Y} \\ & + \int_{\partial D} [U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda) \{ \mathbf{V}_n u(\mathbf{y}) \} - \{ \partial_n U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda) \} \{ \mathbf{M}_n u(\mathbf{y}) \} \\ & + \{ \mathbf{M}_n U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda) \} \{ \partial_n u(\mathbf{y}) \} - \{ \mathbf{V}_n U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda) \} \{ u(\mathbf{y}) \}] ds_y \\ & = -u_p(\mathbf{X}) + [\mathbf{S}(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) - [\mathbf{D}(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) + [\mathbf{M}(\partial_n u)](\mathbf{X}) - [\mathbf{V}(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D \\ C_1^+ u(\mathbf{x}) & (\mathbf{x} = 1/2 u(\mathbf{x}) \text{滑らかな境界}) \quad \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \\ 0 & \mathbf{X} \in D_c \end{cases} \end{aligned} \quad \dots(4)$$

$$\begin{aligned} & - \partial_{n_x} u_p(\mathbf{X}) + [\partial_{n_x} \mathbf{S}(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) - [\partial_{n_x} \mathbf{D}(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) \\ & + [\partial_{n_x} \mathbf{M}(\partial_n u)](\mathbf{X}) - \partial_{n_x} [\mathbf{V}(u)](\mathbf{X}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \partial_{n_x} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D \\ -C_2^+ \partial_{n_x} u(\mathbf{x}) & (\mathbf{x} = 1/2 \partial_{n_x} u(\mathbf{x}) \text{滑らかな境界}) \quad \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \\ 0 & \mathbf{X} \in D_c \end{cases} \end{aligned} \quad \dots(7)$$

ここで、 $u_p(\mathbf{X})$ は入力振動を表し、さらに、基本解 U は次式のようにになる。

$$U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) = \frac{-1}{2\lambda^2} (U_1 - U_2) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)] \quad \dots(10)$$

上式において、 $H_0^{(1)}$ は第1種0次ハンケル関数である。

境界条件として、固定問題と自由問題はそれぞれ次のように与えられる。

$$\text{固定問題} \quad u(\mathbf{x}) = \partial u(\mathbf{x}) = 0$$

$$\text{自由問題} \quad \mathbf{M}_n u = \mathbf{V}_n u = 0 \quad \mathbf{x} \in \partial D \quad \dots(12)$$

上記の積分表現の内(4)、(7)式は積分方程式であり、平板の内部領域において成立する。また、(5)、(8)式は境界積分方程式であり、平板の境界上において成立する。図-2に境界条件の概念を示す。ここで ∂D_1 を固定境界、 ∂D_2 を自由境界と定義する。 ∂D_1 の固定境界条件(11)式、 ∂D_2 の自由境界条件(12)式をそれぞれ(5)、(8)式に代入し、連立一次方程式に変換する。最終的に解くべき連立一次方程式のマトリクス表現は、次のようになる。

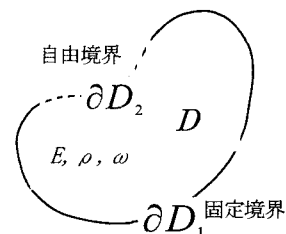


図-2 領域と境界条件の定義

$$\begin{bmatrix} -S_{\partial D_1} & D_{\partial D_1} & -M_{\partial D_2} & \left(-\frac{1}{2}I+V\right)_{\partial D_2} \\ -\partial_n S_{\partial D_1} & \partial_n D_{\partial D_1} & -\left(\frac{1}{2}I+\partial_n M\right)_{\partial D_2} & \partial_n V_{\partial D_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_n u \\ M_n u \\ \partial_n u \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_p \\ \partial_n u_p \end{Bmatrix} \quad \dots(13)$$

上式を数値的に解くことにより，境界 $\partial D = \partial D_1 + \partial D_2$ 上での物理量が求められる．この得られた境界上の物理量を用いて領域内部における物理量を求めることができる．例えば，領域 D 内での任意点におけるたわみは，(4)式に(12)式を解いて得られた境界上での物理量を代入することにより求めることができる．

数値解析結果

本研究において，一辺長を a ，自由境界長を l_f と仮定した．数値解析パラメータは，入射波の角周波数，振動波源位置および自由境界長とした．

図-3(a)，(b)に，自由境界長をパラメータとして，角周波数 $\omega = 300$ (rad/s)，振動波源が平板の重心にある場合のたわみ振幅の平板全域における応答分布の例を示す．図-4(a)，(b)に周固定の場合と $l_f/a = 0.04$ ， $l_f/a = 0.2$ の場合における，波源位置 $(0.45, 0.45)$ ，角周波数 $\omega = 100$ (rad/s)での重心線上のたわみ振幅を示す．

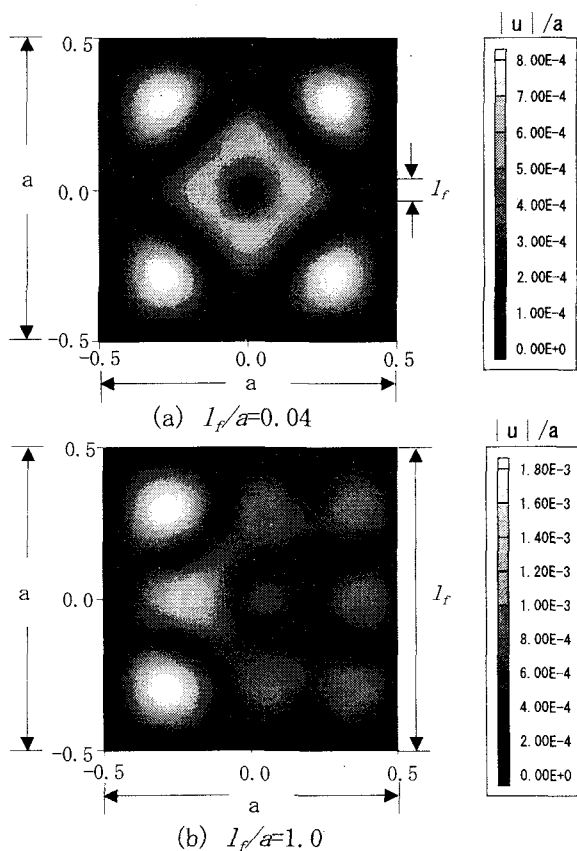


図-3 たわみ振幅の応答分布

結論

本研究において得られた結論は，次のとおりである．

- (1) 溶接部などの接合部の欠陥検知において，波動場を利用した非破壊評価手法への有用性が，本解析によって示された．
- (2) 自由境界部が大きくなるほど，たわみ振幅のピークの最大値は大きくなり，さらに，たわみ振幅の分布形状にも変化が生じる．
- (3) 自由境界部が薄肉平板の一辺に対して比較的小さいとき，自由境界部を有する場合と周固定の場合とを比較すると，たわみ振幅の分布形状に違いは見られないが，振動波源位置が自由境界部に近づくとき，自由境界部を有する場合におけるたわみ振幅のピークの最大値が周固定の場合より20%程度大きくなる．

参考文献

- 1) kitahara Michihiro: Applications of boundary integral equation methods to eigenvalue problems of elastodynamics and thin, 京都大学学位論文, pp. 207~231, 1984.
- 2) 川上哲太郎, 小倉洋一: 欠陥を有する薄肉平板の非破壊評価に関する基礎的研究, 東海大学紀要海洋学部第53号, pp. 45~59, 2002.

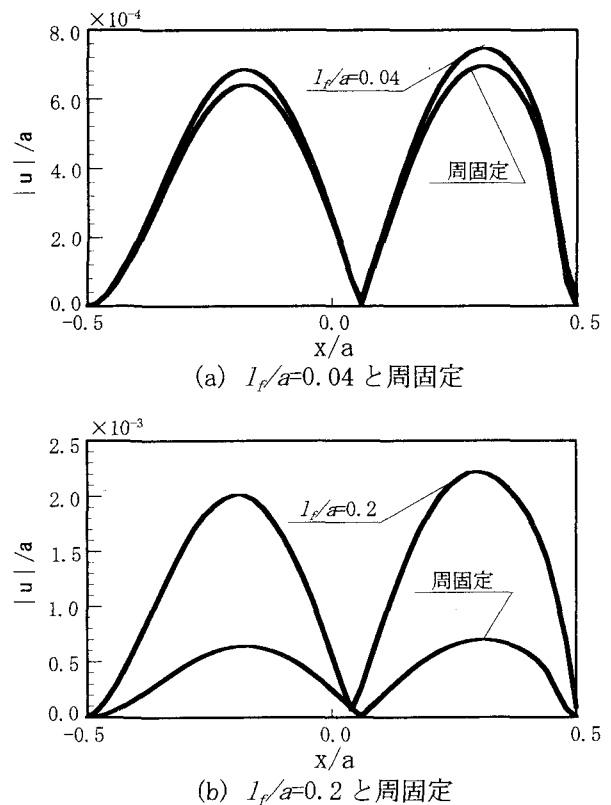


図-4 たわみ振幅の応答分布の断面図