

異種材料領域を有する薄肉平板の動的応答特性に関する基礎的研究

○東海大学海洋学部 学生会員 草加 英之
東海大学海洋学部 学生会員 青木 由香利
東海大学海洋学部 正会員 川上 哲太朗

はじめに

近年、構造要素としての平板は、複合材料の使用などによる構造的多様化に伴い、その力学特性も複雑化してきている。本研究では、薄肉平板に存在する劣化等を、平板領域内の任意形状の異種材料領域と仮定し、この欠陥検知を目的とした薄肉平板の動的応答問題を、境界要素法により解析したものである。

なお、本研究で取り扱った平板内の異種材料領域とは、腐食などにより剛性が低下した劣化領域などを想定したものである。

平板の動的問題の定式化^{1), 2)}

等方、均質で一様な厚さの線形弾性薄肉平板の時間調和振動に関する運動方程式は、次の様に表せる。

$$(\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) = (\Delta - \lambda^2)(\Delta + \lambda^2)u(\mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{x})}{K} \quad \dots(1)$$

ここに、 Δ はラプラシアン、 u はたわみベクトル、 p は単位面積当たりの垂直荷重を表す。また、 ρ を密度、 h を平板の厚さ、 ν をポアソン比、 E をヤング率、角周波数 ω として、 K および λ は次式により与えられる。

$$K = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad \dots(2) \quad \lambda^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{K} \quad \dots(3)$$

さらに、(1)式の解すなわち基本解は、 $H_0^{(1)}$ を第1種0次ハンケル関数として次の様に表される。

$$U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)] \quad \dots(4)$$

次に、平板内部・外部問題、境界等の定義を図-1に示す。図中において、 D は平板の支配方程式が定義されている内部領域、 D_c はその補領域である外部領域を表す。また、 n は外向き単位法線ベクトル、 S は接線ベクトルである。平板のたわみとたわみ角に関する積分表現は、Greenの公式と基本解より、領域内および境界上の4つの物理量すなわち、たわみ、たわみ角、曲げモーメント、等価せん断力を用いて定式化される。外部問題におけるたわみに関する積分方程式および境界積分方程式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} & -\int_{D_c} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{p(\mathbf{Y})}{K} dA_Y \\ & - \int_{\partial D} [U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda) \{V_n u(\mathbf{y})\} + \{\partial_{n_x} U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda)\} \{M_n u(\mathbf{y})\} \\ & - \{M_n U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda)\} \{u(\mathbf{y})\} + \{V_n U(\mathbf{X}, \mathbf{y}; \lambda)\} \{u(\mathbf{y})\}] ds_y \\ & = -u_p(\mathbf{X}) - [S(V_n u)](\mathbf{X}) + [D(M_n u)](\mathbf{X}) \\ & - [M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [V(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D & \dots(5) \\ 1/2u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D & \dots(6) \end{cases} \end{aligned}$$

同様に外部問題におけるたわみ、たわみ角に関する境界積分方程式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} & -\partial_{n_x} u_p(\mathbf{X}) + [\partial_{n_x} S(V_n u)](\mathbf{X}) - [\partial_{n_x} D(M_n u)](\mathbf{X}) \\ & + [\partial_{n_x} M(\partial_n u)](\mathbf{X}) - \partial_{n_x} [V(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} \partial_{n_x} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in D & \dots(7) \\ 1/2\partial_{n_x} u(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D & \dots(8) \end{cases} \end{aligned}$$

ここで、 $u_p(\mathbf{X})$ は入力振動を表す。さらに、外部問題と同様に、内部問題におけるたわみおよびたわみ角に関する境界積分方程式は次の様になる。

$$\begin{aligned} & -u_p(\mathbf{X}) - [S(V_n u)](\mathbf{X}) + [D(M_n u)](\mathbf{X}) - [M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [V(u)](\mathbf{X}) \\ & = \frac{1}{2}u(\mathbf{X}) \quad (\mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D) \quad \dots(9) \\ & -(\partial_{n_x} u_p)(\mathbf{X}) - [\partial_{n_x} S(V_n u)](\mathbf{X}) + [\partial_{n_x} D(M_n u)](\mathbf{X}) \\ & - [\partial_{n_x} M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + \partial_{n_x} [V(u)](\mathbf{X}) \\ & = 1/2\partial_{n_x} u(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D) \quad \dots(10) \end{aligned}$$

次に、異種材料領域の接続問題を考える。各領域は剛に接合されていると仮定すると、共通の境界 ∂D 上における接続条件は次のように表される。

$$\begin{aligned} u_1(\mathbf{x}) &= u_2(\mathbf{x}), \partial_n u_1(\mathbf{x}) = \partial_n u_2(\mathbf{x}), \\ M_n u_1(\mathbf{x}) &= -M_n u_2(\mathbf{x}), V_n u_1(\mathbf{x}) = -V_n u_2(\mathbf{x}) \quad \dots(11) \end{aligned}$$

下式の添字1, 2はそれぞれ外部無限平板及び内部異種材料平板を表す。

次に(6), (8), (9), (10)に示され境界積分方程式を接続条件の下に解くために境界を離散化し、数値解析を行い、連立一次方程式に変換する。最終的に連立一次方程式を解き、境界上の物理量を求め、式(5), (7)に、この物理量を代入し、内部領域における物理量を求める。

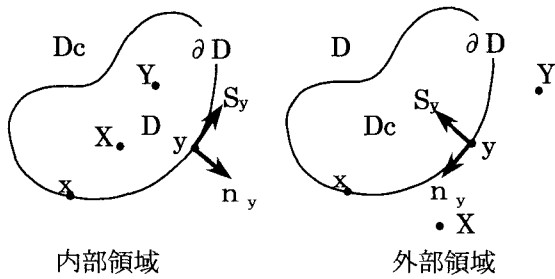


図 - 1 領域の定義

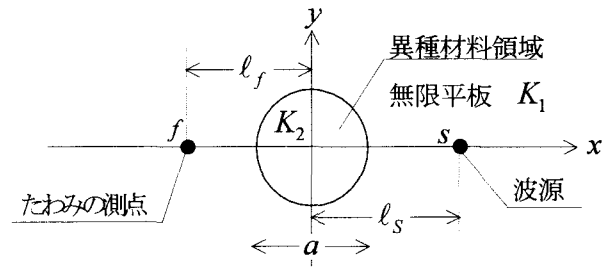
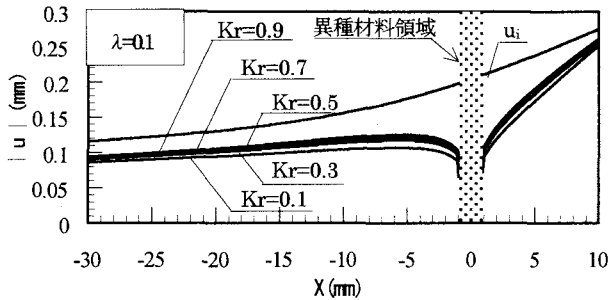
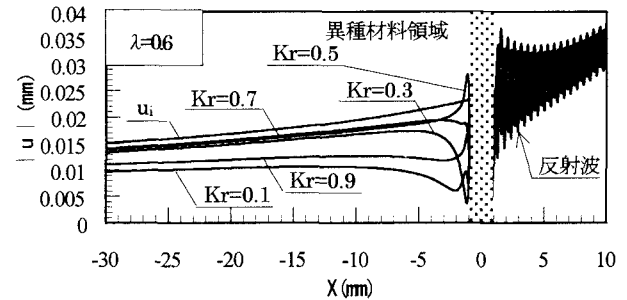
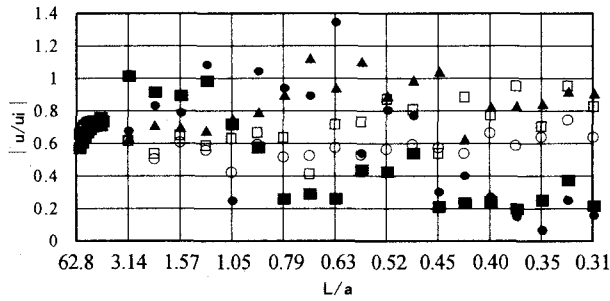
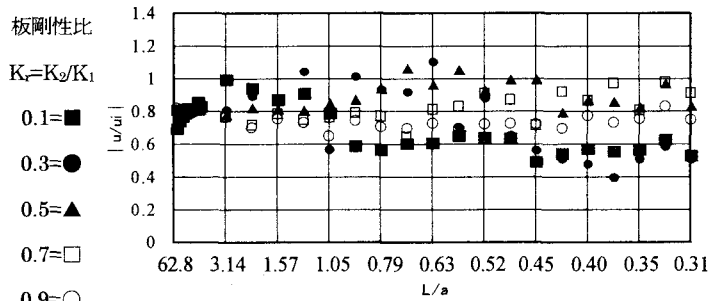


図 - 2 数値解析モデル

図 - 3(a) $\lambda=0.1$ における入射波直線状のたわみ振幅図 - 3(b) $\lambda=0.1$ における入射波直線状のたわみ振幅図 - 4(a) L/a と $|u/u_i|$ との関係($\ell_f/a=2.5$)図 - 4(b) L/a と $|u/u_i|$ との関係($\ell_f/a=15$)

数値計算結果

本研究では、図-2に示すような無限平板内に板剛性の異なる円形領域を異種材料領域と設定し、板剛性比($K_r=K_2/K_1$)と入射波の波数 λ をパラメータとし、波動散乱場におけるたわみの応答比から異種材料領域の有無と劣化損傷の度合いを判断することを考える。

次に、板剛性比をパラメータとして、各 λ における、図-2での x 軸上のたわみ振幅を図-3に示す。さらに、 λ を波長 L に換算し、 a で割った値 L/a と $|u/u_i|$ の関係を、各 ℓ_f/a ごとに図-4に示す。ここで u_i は無限平板内に異種材料領域がない場合の入射波のたわみ振幅を示す。

図-3より、 $\lambda=0.1$ と 6.0 を比較すると、 λ が大きい方が、各板剛性比でたわみ振幅が小さくなっていること、反射波が顕著になることが確認できる。

また、図-4より、異種材料領域に近いほど各板剛性比の $|u/u_i|$ の差異が顕著であること、 L/a が $62.8 \sim 7.0$ では $|u/u_i|$ は板剛性比が高いほど大きく、 $6.2 \sim 1.7$ では、 $|u/u_i|$ は板剛性比が低いほど大きい

ことが確認できる。次に、 L/a が $0.4 \sim 0.3$ の範囲では各板剛性比の $|u/u_i|$ の大きさに同様の傾向がみられる。

結論

- ① λ が大きくなるにつれて波動は散乱しやすくなる。
- ② λ のパラメータの範囲内で、各板剛性の比でのたわみ振幅の特徴的な出現パターンが確認された。
- ③ 異種材料領域に近いほど各板剛性比の $|u/u_i|$ の差異が顕著である。

参考文献

- 1) Kitahara Michihiro : Applications of boundaryintegral equation methods to eigenvalue problems of elastodynamics and thin, 京都大学学位論文, pp. 207~231, 1984.
- 2) 川上哲太郎, 小倉洋一 : 欠陥を有する薄肉平板の非破壊評価に関する基礎的研究, 東海大学紀要海洋学部 第53号, pp. 45~59, 2002.