吸着を考慮した塩分拡散の定式化に関する基礎的研究

名古屋大学　若松勇気
名古屋大学大学院　正会員　伊藤睦
名古屋大学大学院　正会員　中村光
名古屋大学大学院　フェロー会員　田辺忠顕

1. はじめに

コンクリート中に塩分が進入することは鉄筋コンクリート構造物の劣化原因となる．鉄筋の腐食等の劣化を評価する為には，塩分の移動を精度良く予測する必要がある．一般に塩分現象は拡散方程式を解くことにより評価可能であるが，より正確に予測するためには，塩分のコンクリートに対する吸着の影響を考慮する必要がある．そこで本研究では，基礎となる拡散方程式へ吸着項を加えることにより，吸着を考慮した拡散方程式の定式化を行うことを目的とする．

2. 吸着を含めた拡散方程式の定式化[1),2)]

図－1 に従来の塩分拡散モデルと本研究で構築を目指すモデルの方程式群の比較を示す．一般に拡散は準調和方程式(0)によって表される．

$$\frac{\partial C_t}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial C_t}{\partial x}\right)\qquad (C_t=\varepsilon(c+c_b)) \qquad (0)$$

ここで，C_t:全塩化物イオン濃度，D:拡散係数，ε:空隙率，c:自由塩化物イオン濃度，c_b:固定塩化物イオン濃度である．従来，固定塩化物イオン濃度 c_b は式(1-1)に見られる様に自由塩化物イオン濃度 c による微分によりイオン固定化能 $\partial c_b/\partial c$ として表現され，拡散方程式は式(1-2)，(1-3)となる．なお，イオン固定化能を零とすれば吸着を考慮しない式となる．

一方，本研究では c_b を式(2-1)の様に吸着項を独立させ，塩分の吸着速度 $\partial c/\partial t$ として表現する．ここで，吸着速度には Langmuir の吸着速度式(2-2)を用い，c_b^*，c_b には，各々Henry の吸着等温式(2-3)，系の物質収支を表す式(2-4)を用いる．その結果，拡散方程式は式(2-5)として表れる．尚，式(2-2)～(2-4)に於いて K_{sap}:Langmuir の吸着速度定数，c_b^*:吸着平衡時の塩化物イオン濃度，α:Henry 定数，W:実験の際の吸着媒量，V:実験装置の容積，c^0:拡散開始時の溶液の濃度である．

従来

$$\frac{\partial c}{\partial t}\left(1+\frac{\partial c_b}{\partial c}\right)=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \qquad (1\text{-}1)$$

$$D_{nssd}=\frac{D}{1+\partial c_b/\partial c} \qquad (1\text{-}2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=D_{nssd}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \qquad (1\text{-}3)$$

本研究

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial c}{\partial x}\right)-\frac{\partial c_b}{\partial t} \qquad (2\text{-}1)$$

$$\frac{\partial c_b}{\partial t}=K_{sap}\left(c_b^*-c_b\right) \qquad (2\text{-}2)$$

$$c_b^*=\alpha\cdot c \qquad (2\text{-}3)$$

$$W\cdot c_b=V\left(c^0-c\right) \qquad (2\text{-}4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial c}{\partial x}\right)-K_{sap}\left(\alpha+\frac{V}{W}\right)c+K_{sap}\frac{V}{W}c^0 \qquad (2\text{-}5)$$

図－1　拡散方程式の比較

次に，拡散方程式を解析的に解く為に離散化を行う．式(2-5)へGalerkin法を適用する(式(6))．ここで，重み関数として形状関数マトリクスを転置したものを採用する．

$$\int [N]^T \left[\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + K_{sap}\left(\alpha + \frac{V}{W} \right) c - K_{sap} \frac{V}{W} c^0 \right] dV = 0 \tag{6}$$

式(6)に $c = [N]\{c\}$ を代入し，Green-Gaussの公式を適用し纏めると式(7)が得られる．

$$\begin{aligned} &\int_{V^e} D\,\partial [N]^T/\partial x \cdot \partial [N]/\partial x \cdot \{c\} dV + \int_{V^e} K_{sap}(\alpha + V/W)[N]^T[N]\{c\} dV \\ &+ \int_{V^e} [N]^T[N]\{\partial c/\partial t\} dV - \int_{V^e} K_{sap} V/W [N]^T[N]\{c^0\} dV - \int_S [N]^T D\,\partial c/\partial n\, dS = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

式(7)左辺第五項の一部は，境界条件を与える(式(8-1))．具体的には式(8-2)，式(8-3)に表される．

$q = -D\,\partial c/\partial n$ (8-1) $c = c^{\infty}$ (8-2) $q = h(c - c^{\infty})$ (8-3)

式(8-2)は境界で濃度が規定されている場合，式(8-3)は境界で塩分の伝達が存在する場合を示す．c^{∞}は外部での濃度を示す．式(7)左辺第五項へ境界条件(式(8-3))を代入すると式(9)を得る．但し，モデルとして円柱を想定し，側面をS_0，断面をS_1とした．

$$\int_{S^e} [N]^T D \frac{\partial c}{\partial n} dS = \int_{S_0^e} hc^{\infty}[N]^T dS + \int_{S_1^e} hc^{\infty}[N]^T dS - \int_{S_0^e} h[N]^T[N]\{c\} dS - \int_{S_1^e} h[N]^T[N]\{c\} dS \tag{9}$$

式(7)に式(9)を代入し，$\{\partial c/\partial t\}$を含む項，$\{c\}$を含む項，いずれをも含まない項を各々[a]，[b]，{f}とし，各要素について全て集め各々[A]，[B]，{F}とおき全体の有限要素式を得る．

$$[A]\{\partial c/\partial t\} + [B]\{c\} = \{F\} \tag{10}$$

以上のGalerkin法により，拡散方程式(2-5)は式(10)として場に於いて離散化される．更に式(10)をCrank-Nicolson法により時間について差分化すると次式を得る．

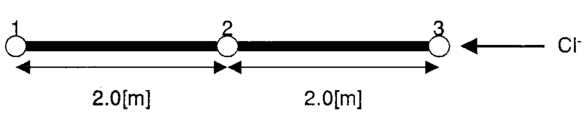
$$(1/\Delta t[A] + 1/2[B])\{c\}_{t+\Delta t} = (1/\Delta t[A] - 1/2[B])\{c\}_t + 1/2(\{F\}_{t+\Delta t} + \{F\}_t) \tag{11}$$

式(11)に於いて$\{c\}_{t=0}$の値を初期濃度として与えるならば各ステップに於いて未知量は$\{c\}_{t+\Delta t}$のみとなり逐次節点の濃度を求めることが可能である．

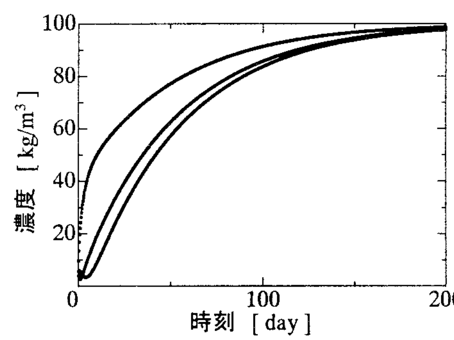
3. 解析結果

断面積 1.0[m²]，長さ 4.0[m]の円柱の片側の断面より濃度100[kg/m³]の塩分を浸入させた(図-2)．

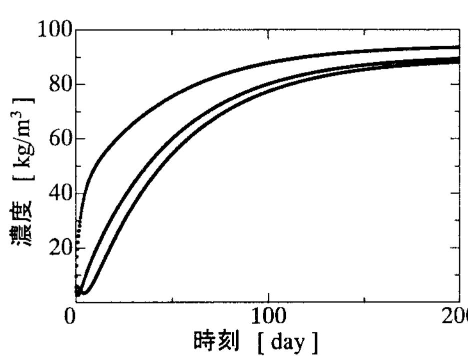
図-3(a)に吸着を考慮しない拡散方程式の解析結果を，図-3(b)に吸着を考慮した解析結果を示す．図より塩分の拡散が弱くなっていることが確認される．



図－2 解析モデル



図－3(a) 吸着を考慮しない拡散



図－3(a) 吸着を考慮した拡散

4. 今後の方針

今回の解析では拡散係数，吸着速度定数，Henry定数を定数として扱っているが今後は時間的に変化するとして非線型の解析を行う予定である。

参考文献

1)細川佳史 他:コンクリートの塩化物イオン浸透性評価に関する基礎的研究，太平洋セメント研究報告，2003

2)矢川元基，宮崎則幸：有限要素法による熱応力･クリープ･熱伝導解析，サイエンス社，1985