氾濫水の解析技術の問題点と修正法に関する数値解析的検討

中部大学　非会員○松本悠美　宮部茜子
中部大学　正会員　武田　誠　吉田吉治　　フェロー　松尾直規

1. はじめに　近年の都市型水害の多発に伴い，内水・外水氾濫に対するハード的およびソフト的対策の見直しが進められており，その水理学的資料として氾濫解析による結果が引用されている．現在，広く用いられている氾濫解析法は，岩佐・井上・水鳥の研究[1]を基礎とし発展したものであり，その方法では急勾配箇所では解が発散し安定に計算できないことが知られている．本研究では，一定地盤勾配の領域における降雨による浸水過程を対象とし，数値実験より氾濫解析法の問題点を改めて示すと共に，Vasilievの不安定と質量誤差について数値解析的観点から修正法を検討した．

2. 数値解析法　氾濫解析法には，以下に示す浅水方程式を基礎とする平面二次元解析法を用いた．

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0 \quad (1) \qquad \frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial uM}{\partial x}+\frac{\partial vM}{\partial y}=-gh\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_x\frac{\partial M}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y\frac{\partial M}{\partial y}\right)-\frac{\tau_{bx}}{\rho_w} \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial uN}{\partial x}+\frac{\partial vN}{\partial y}=-gh\frac{\partial H}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_x\frac{\partial N}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y\frac{\partial N}{\partial y}\right)-\frac{\tau_{by}}{\rho_w} \quad (3)$$

ここで，式中に用いられた変数は慣例に従うものとする．また，数値解析法には差分法を用い，時間項には前進差分，移流項にはDONORスキーム，その他の項には中央差分を用いている．

また，運動量方程式（(2)，(3)式）の底面のせん断応力の差分化は，Vasilievの不安定を考慮し以下のように取り扱った．以下にx方向における取り扱いについて示す．

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho_w}=\frac{gn^2M\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}=\frac{gn^2(\eta M^{t+\Delta t}+(1-\eta)M^t)\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}} \quad (4)$$

ここで，ηは陰的な度合いを表すパラメータであり，η=1.0は陰的な取り扱い，η=0.0は陽的な取り扱いを意味する．なお，数値解析上，(2)式は時間項の差分化（$\partial M/\partial t=M^{t+\Delta t}-M^t/\Delta t$）などにより$M^{t+\Delta t}$を求める式に展開され，$\lambda=gn^2\sqrt{u^2+v^2}/h^{4/3}$と置けば，以下のようになる．

$$M^{t+\Delta t}=\frac{(1-\Delta t\cdot\lambda\cdot(1-\eta))\cdot M^t-\Delta t\times\text{移流項}-\Delta t\times\text{圧力項}+\Delta t\times\text{粘性項}}{1+\Delta t\cdot\lambda\cdot\eta} \quad (5)$$

すなわち，(5)式から，底面摩擦項は右辺の分母分子に分離され，η=1.0の場合$M^{t+\Delta t}$に対する除算の効果（向きを変えず絶対値を減少させる），η=0.0の場合$M^{t+\Delta t}$に対する負の効果（向きを変える可能性がある）となり，数学的表現が異なることが分かる．なお，従来の研究では，η=0.5を用いる場合が多いようである．

3. モデル領域および計算条件　図1のような水路を用い，底面勾配を1/100，1/10，1/2と変化させた．それぞれの勾配で計算開始から全域に50mm/hの雨を5分間降らせ，その後5分間雨を止めて計10分間の浸水過程を計算した．格子幅は$\Delta x\times\Delta y$=1.784cm×30cm，計算時間間隔はΔt=0.02sとした．また移動限界水深（運動量方程式を解く水深の判定値）は0.001cmと定めた．なお，y方向の運動方程式は流れが一次元的であるため解いていない．ηには0.5を用い，粗度係数nは0.02，0.05，0.1の値を使用した．なお，今後予定している水理実験を想定し，上記の値を設定している．

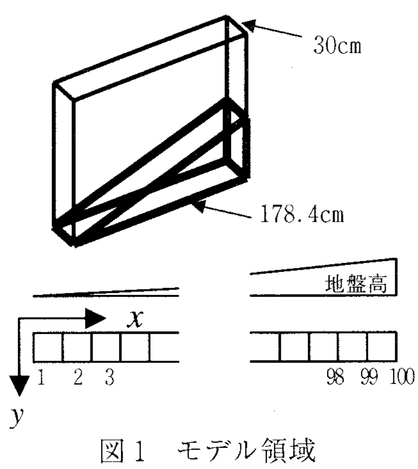

図1　モデル領域

4．氾濫解析法の問題点

図2に一例として勾配1/10における粗度係数0.1の場合の流速分布を，表1に計算終了時の氾濫水量を

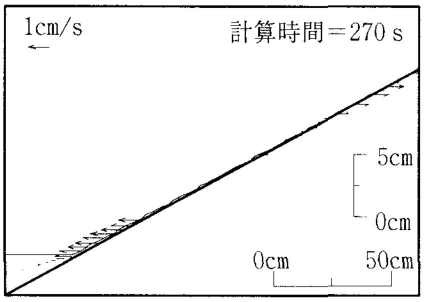

図２　流速分布図(η=0.5)

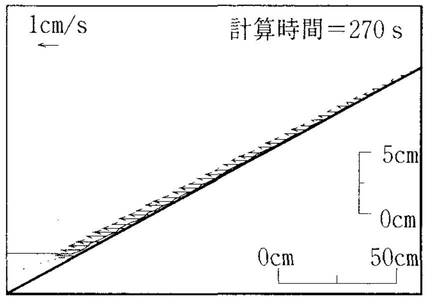

図３　流速分布図(η=1.0)

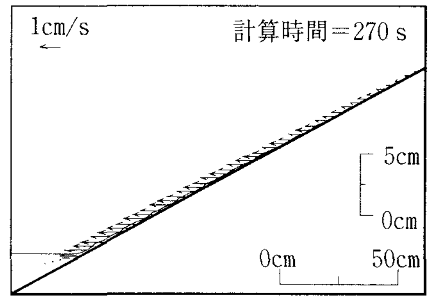

図４　修正後の流速分布図(η=1.0)

表１　氾濫水量(η=0.5)

勾配	粗度係数	終了時間(s)	想定水量(cm^3)	氾濫水量(cm^3)
1/100	0.02	600	2230	2230
	0.05	600	2230	2230
	0.1	600	2230	2230
1/10	0.02	600	2230	2262
	0.05	600	2230	2397
	0.1	600	2230	2302
1/2	0.02	228	1691	42600
	0.05	46	339	27858
	0.1	196	1458	25722

表２　氾濫水量(η=1.0)

勾配	粗度係数	終了時間(s)	想定水量(cm^3)	氾濫水量(cm^3)
1/100	0.02	600	2230	2230
	0.05	600	2230	2230
	0.1	600	2230	2230
1/10	0.02	600	2230	2230
	0.05	600	2230	2230
	0.1	600	2230	2230
1/2	0.02	318	2230	23445
	0.05	351	2230	42200
	0.1	483	2230	134626

示す．本図から流れ方向(底面が低下する方向)と逆方向の流速があり，急勾配になるほどそのような流速が多く見られた．このような流れは物理的に矛盾するものであり，これは Vasiliev の不安定に起因する数値振動の結果であると考えられる．また，勾配 1/100 のような緩やかな勾配では質量誤差は生じなかったが，勾配 1/2 の場合は質量誤差が生じ，計算が安定に終了しなかった．従って，本解析結果から，氾濫解析法の問題点として，急勾配の浸水深の浅い箇所では数値振動（Vasiliev の不安定）が生じること，急斜面では解が発散し安定に計算が行えないこと，地盤勾配が大きくなれば質量誤差が生じることが改めて示された．

５．底面摩擦項に起因する数値振動の制御の検討　η=0.5 の場合は，流れ方向と逆向きの流速が現れ，十分に Vasiliev の不安定が解消できていない．したがって，ここでは η に 1.0 を用い，粗度係数 n と勾配をそれぞれ変化させ，３．と同様の解析を行った．

図３に一例として勾配 1/10 における粗度係数 0.1 の場合の流速分布図を，表２に計算終了時の氾濫水量を示す．図３より流れ方向と逆向きの流速は無くなったことがわかる．この結果より，η に 1.0 を用いることで，流れ方向と逆向きの流速は解消され，定性的な観点からの解析結果の妥当性が示された．しかし，表２から，質量誤差は解消されておらず，質量保存の問題が残されていることが分かる．

６．質量保存に関する修正法の検討　氾濫解析における質量誤差の発生は，解析上負値となる水深をゼロにおくことで生じ，その修正法の一つが武田ら [2)] により提案されている．本研究でも武田らに準じ質量保存を満足させるように流量フラックスに低減係数を乗じる方法を用い，３．と同様の解析を行った．

図４に一例として勾配 1/10 における粗度係数 0.1 の場合の流速分布を示す．本図から，流下する流れが適切に解析できていることが分かる．本計算の場合，質量保存は満足されており計算終了時の氾濫水量は想定水量と等しかった．従って，本解析法は，質量保存および定性的な流れの観点から妥当なものと判断できる．

７．おわりに　本研究では，従来からの氾濫解析法の問題点を抽出すると共に，それらに対する修正法について検討を行った．ここで提示した修正法は数値解析上のテクニックの意味合いが強いが，氾濫水を適切に解くための重要な方法論を提示したものと考えている．実際には，水理実験などとの比較検討により解析精度の妥当性を検証する必要があるが，現在のところ行えておらず，今後検討を進めていく予定である．

参考文献　1)岩佐義朗・井上和也・水鳥雅文：氾濫水の水理の数値解析法，京都大学防災研究所年報，第 23 号 B-2，pp.305-317，1980.

2)武田　誠・松尾直規・井上和也：質量保存を考慮した氾濫解析法の修正に関する検討，第 58 回年次学術講演会論文集，Ⅱ-68，2003.

3)武田　誠・松尾直規：氾濫解析の質量保存に関する一考察，第 22 回日本自然災害学会講演会論文集，pp.121-122，2003.