

直交異方性板の異材界面亀裂の J 積分と主軸方向との関係について

(株)安部工業所 正会員 ○國富 康志 名城大学 学生員 土山 正登
東海女子大学 正会員 藤井 康寿 名城大学 正会員 中川 建治

1. はじめに

近年、複合材料の研究が進むにつれて弾性定数の異なる材料の接合面に生じている空隙やクラックの応力解析が重要になってきている。いわゆるインターフェイス問題であり、土木工学の分野でもこの種の問題が多い。材料の接合問題では、隣り合う材料が等方性弾性体の場合と、直交異方性弾性体の場合があるが、本文では異種の直交異方性弾性体相互間の界面クラックの場合(面内問題)を対象にしている。

クラック先端近傍の破壊の挙動を評価するパラメータの一つとして J 積分があり、本文では隣り合う直交異方性弾性体それぞれ強さの主軸の相対角と J 積分の関係について数値計算で得た結果を報告する。

2. 解析モデルと基礎式

解析対象は、図-1 に示すように 2 種類の直交異方性板が η 軸を界面として接合されていて、原点を中心にして長さ $2(a+b)$ の界面クラックを含むものとする。ここで、 a は完全開口部であり、 b は破壊進行領域(process zone) を表現している。

直交異方性板の面内力問題の基礎式は、以下に示すものとして、応力関数 $W(X_j, Y_j)$ は以下の関係式を満足するものとする。添字 $j=1, 2$: 左半平面 $\xi < 0$, 右半平面 $\xi > 0$ を表す

ω_j : 最弱 (X_j) 軸より反時計方向で ξ 正軸へ向かう角度

X_j : j 平面の弱軸(剛さ B_{Xj})

Y_j : j 平面の強軸(剛さ B_{Yj})

$$(B_{Xj} \partial^4 / \partial X_j^4 + 2\kappa_j \sqrt{B_{Xj} B_{Yj}} \partial^4 / \partial X_j^2 \partial Y_j^2 + B_{Yj} \partial^4 / \partial Y_j^4) W(X_j, Y_j) = 0 \quad (2, 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Xj} &= \partial^2 W / \partial Y_j^2 & \sigma_{Yj} &= \partial^2 W / \partial X_j^2 \\ \tau_{XYj} &= -\partial^2 W / \partial X_j \partial Y_j \end{aligned} \right\} \quad (2, 2)$$

式(2.1)の一般解は、

$$\left. \begin{aligned} B_{Xj} &= \beta_{Xj}^4 B_0, \quad B_{Yj} = \beta_{Yj}^4 B_0 \\ Z_{j1} &= \left(\sqrt{1 + \kappa_j / 2} + i \sqrt{1 - \kappa_j / 2} \right) X_j / \beta_{Xj} \pm i Y_j / \beta_{Yj} \end{aligned} \right\} \text{の任意の関数で表される。}$$

ただし基礎式は材料の強さの主軸(X_j, Y_j)に関する応力関数 $W(X_j, Y_j)$ である。本論文では、クラック座標軸を (ξ, η) で取り扱うので、座標変換を行う。応力関数の詳細な説明は参考文献1) を参照されたい。

$$\left. \begin{aligned} W_j &= W_{j1} + W_{j2} \\ W_{j1} &= (d_{j11} + i\delta_{j11})f_1(z_{j1}) + (d_{j12} + i\delta_{j12})f_1(z_{j2}) \\ W_{j2} &= (d_{j21} + i\delta_{j21})f_2(z_{j1}) + (d_{j22} + i\delta_{j22})f_2(z_{j2}) \end{aligned} \right\} \quad (2, 3)$$

$d_{j11} \sim \delta_{j22}, j=1, 2$ は未定複素定数であり、 W_j は左右半平面に対応した応力関数である。

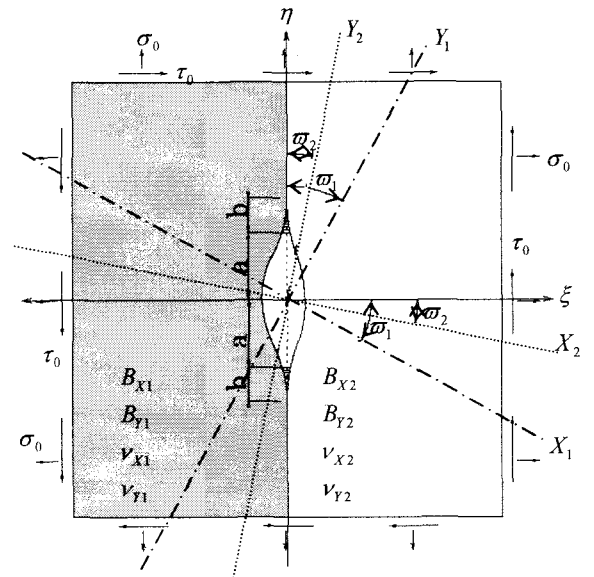


図 - 1. 直交異方性板の強さの軸とクラックの形状

3. J 積分の定義

エネルギー開放率 J は、従来は開口長さ a に対して定義されているが、本研究においては開口しつつ応力度も存在するプロセスゾーン（長さ b ）を構成しているので、従来のクッタクのように開口部 a の進展に伴う（ $b = \text{一定}$ ）エネルギー W の変化率 J_a と、 a は一定でプロセスゾーン b の進展に対するもの J_b を次の様に定義する必要がある。

a) J_a

- 1) 初期状態 $a=a$ $b=b$ として応力と変位を計算する。
- 2) $a_2=a+\Delta a$ 、 $b_2=b$ として第2状態を設定して応力と変位を求める。
- 3) $J_a = \partial W / \partial a$ とする。

b) J_b

- 1) 初期状態 $a=a$ $b=b$ として応力と変位を計算する。
- 2) $a_2=a$ 、 $b_2=b+\Delta b$ として第2状態を設定して応力と変位を求める。
- 3) $J_b = \partial W / \partial b$ とする。

4. 直交異方性板での材料主軸の相対角に対する特性

異材界面問題においては、クラック開口部の応力の条件（ $\sigma = \tau = 0$ ）と亀裂先端部のプロセスゾーンの外側界面（異材界面の完全接合部）に沿う応力と変位の連続条件を満足させる為に必要なパラメータ（bi-elastic constant） α がある。報告者等の過去の研究²⁾においては、材料主軸の相対角（ $\omega_1 - \omega_2$ 図-1 参照）が一定であれば ω_1 （または ω_2 ）が任意の値でも α は一定となると報告している。この延長として本研究では、クラック先端近傍の力学的なパラメータの1つである J 積分（エネルギー開放率）と材料主軸の相対角による影響について着目した。ここに示す結果は、相対角を 1° とした時の結果である。

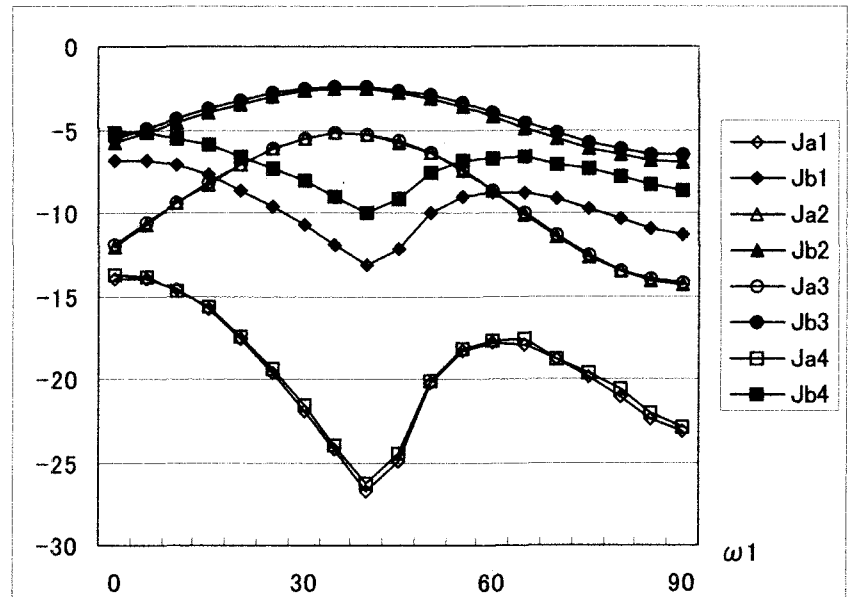


図-2. 材料主軸の傾き ω と J_a 、 J_b の関係

ここで、結果に示す $J_{a,b-j}$ の j は、複素未定定数を求めるための固有値問題によるモードを示している。

参考文献

- 1) 長瀬・中川：直交異方性弾性体間の界面き裂周辺の応力解析に関する基礎的な研究、土木学会論文集 No. 507/I-30, 53-63, 1995. 1
- 2) 藤井・中川・土居・長瀬：直行異方性体の材料定数が異材界面クラックの Bielastic Constant に与える影響量の数値解析的研究、岐阜大学工学部研究報告 第52号（2002）
- 3) 藤井 康寿：遷移区間を導入した応力関数に基づく破壊過程の基礎的研究、学位論文、1996年