# クロス・エントロピー法を用いた地域間産業連関表の推計

名古屋大学大学院環境学研究科　正会員　　奥田　隆明
名古屋大学大学院環境学研究科　学生員　○橋本　浩良

## 1　はじめに

交通技術の発達により地域経済の相互依存関係はますます密接なものとなっており、こうした関係を捉える統計データとして地域間産業連関表が一層重要なものとなってきている。例えば、地域間産業連関表を用いた経済分析や環境分析はもちろん、CGEモデルをはじめととする地域計量モデルを開発する上でも、この地域間産業連関表が必要不可欠なデータセットとなってきている。ところが、わが国の地域間産業連関表は経済ブロックを単位とした推計が行われているが、こうした地域間産業連関表では地域の単位が大きすぎ、詳細な分析を行うことができない。そのため、都道府県や地方生活圏、市町村等、より小さな地域を単位とした地域間産業連関表の推計が必要になってきている。また、海外でも地域間産業連関表の推計が必ずしも十分行われている訳ではなく、特に発展途上国では地域計画の策定等に有効であるにもかかわらず、十分な推計が行われていないのが現状である。そこで、本研究では、クロス・エントロピー法を用いて、入手可能な統計データから比較的簡易に地域間産業連関表を推計する方法を提案するものである。

## 2　クロス·エントロピー最大化問題

本研究では、競争移入型の地域間産業連関表を推計する方法について考える。競争移入型の地域間産業連関表を推計するためには、表1に示すような地域産業連関表と、表2に示す地域間交易マトリクスの推計を行えばよい。このとき、各地域（以下では小地域と呼ぶ）の生産額 $X_j^s$ 、付加価値 $V_j^s$ 、最終需要 $F_i^s$ 、輸出 $E_i^r$ 、輸入 $M_j^s$ は既存の統計データ（例えば県民経済計算等）から与えられるものとする。また、小地域の産業連関表が推計されている場合には、これを中間投入の一次推計値 $\overline{x}_{ij}^s$ として用いる。対象地域全体（以下では大地域と呼ぶ）の産業連関表が与えられている場合には、大地域の投入係数 $a_{ij}$ に小地域の生産額 $X_j^s$ を乗じることによって、中間投入 $\overline{x}_{ij}^s$ の一次推計値を求める。他方、地域間交易マトリクスの一次推計値は、重力モデルによって $\left(d^{rs}\right)^{-\gamma_i}$ によって与える。ただし、$d^{rs}$ は地域間 $r-s$ の道路距離を、$\gamma_i$ は品目 $i$ の距離減衰係数を表す。ところが、こうして推計した一次推計値は地域間産業連関表としてのバランスが保たれていない。そこで、これらのバランスを保ちながら、出来る限り一次推計値に近い分布形状を持つ地域間産業連関表を推計するために、本研究ではクロス・エントロピー法を用いる。クロス・エントロピーは2つの分布形状の近接性を表す指標として用いられるもので、本研究でも一次推計値にできる限り近い地域間産業連関表を推計するために、以下のクロス・エントロピー最大化問題を考える。

表1　地域産業連関表

| 地域 s | 産業 j | 最終需要 | 地域内需要 |
|---|---|---|---|
| 産業 i | $x_{ij}^s$ | $F_i^s$ | $Y_i^s$ |
| 付加価値 | $V_j^s$ | | |
| 生産額 | $X_j^s$ | | |

表2　地域間交易マトリクス

| 品目 i | 地域 s | 輸出 | 生産額 |
|---|---|---|---|
| 地域 r | $y_i^{rs}$ | $E_i^r$ | $X_i^r$ |
| 輸入 | $M_i^s$ | | |
| 地域内需要 | $Y_i^s$ | | |

目的関数：

$$-\sum_s\sum_i\sum_j x_{ij}^s \ln\frac{x_{ij}^s}{\bar{x}_{ij}^s}-\sum_i\sum_r\sum_s y_i^{rs}\ln\frac{y_i^{rs}}{\left(d^{rs}\right)^{\gamma_i}} \rightarrow \max \tag{1}$$

制約条件：

$$\sum_i x_{ij}^s + V_j^s = X_j^s \tag{2}$$

$$\sum_j x_{ij}^s + F_i^s = Y_i^s \tag{3}$$

$$\sum_r y_i^{rs} + M_i^s = Y_i^s \tag{4}$$

$$\sum_s y_i^{rs} + E_i^r = X_i^r \tag{5}$$

$$x_{ij}^s, Y_i^s, y_i^{rs} \geq 0 \tag{6}$$

ここで、制約条件(2)、(3)は地域間産業連関表の列方向、行方向のバランスを保つための条件式である。制約条件(4)、(5)は地域間交易マトリクスの行方向、列方向のバランスを保つための条件式を表している。式(6)は、非負条件である。

## 3　最適化条件とその解法

この最大化問題の一階の条件を導くと以下のようになる。

$$x_{ij}^s = R_i^s \bar{x}_{ij}^s S_j^s \tag{7}$$

$$\sum_i x_{ij}^s + V_j^s = X_j^s \tag{8}$$

$$\sum_j x_{ij}^s + F_i^s = Y_i^s \tag{9}$$

$$y_i^{rs} = A_i^s B_i^r \left(d^{rs}\right)^{-\gamma_i} \tag{10}$$

$$\sum_r y_i^{rs} + M_i^s = Y_i^s \tag{11}$$

$$\sum_s y_i^{rs} + E_i^r = X_i^r \tag{12}$$

$$R_i^s = \frac{1}{A_i^s} \tag{13}$$

ここで、$R_i^s$ 、$S_j^s$ は地域産業連関表を求めるためのバランシング・ファクター、$A_i^r$ 、$B_i^s$ は地域間交易マトリクスを求めるためのバランシング・ファクターである。式(7)～(9)はRAS法により地域産業連関表の推計を行うべきことを、式(10)～(12)は両側制約付エントロピー・モデルを用いて地域間交易マトリクスの推計を行うべきことを意味している。また、式(13)は両者を結ぶ条件式である。

さらに、式(7)～(13)から変数の数を減らすと、次の連立方程式が得られる。

$$\sum_j (X_j^s - V_j^s)\frac{R_j^s a_{ij}^s}{\sum_i R_j^s a_{ij}^s} + F_i^s$$

$$= \sum_r (X_i^r - E_i^r)\frac{\frac{(d^{rs})^{-\gamma_i}}{R_i^s}}{\sum_s \frac{(d^{rs})^{-\gamma_i}}{R_i^s}} + M_i^s \tag{14}$$

この連立方程式を解くことによって変数 $R_i^s$ を求めればよいことになる。また、この連立方程式を解くためには、式(14)の両辺の残差平方和を最小化し、その値がゼロになるような変数 $R_i^s$ を求めても良い。このようにして変数 $R_i^s$ を決めることができれば変数 $S_i^r$ 、変数 $x_{ij}^s$ 、変数 $A_i^s$ 、変数 $B_i^r$ 、変数 $y_i^{rs}$ を順に求めることができる。

## 4　終わりに

本研究では、地域間産業連関表の推計方法としてクロス・エントロピー法を用いた推計法の提案を行った。なお、今後の課題としては、1)さまざまな地域レベル（例えば、国、経済ブロック、都道府県、地方生活圏など）でこの方法の推計精度を検証する必要があること、2)この推計方法を用いて具体的な推計を行うこと、3)こうして推計した地域間産業連関表を用いてCGEモデルをはじめとする地域計量モデルを開発し、さらに多くの分析を行っていくこと等が考えられる。