

時間領域におけるスペクトル波の入反射分離法

名古屋工業大学大学院

○山本陽平

名古屋工業大学工学部

正員

北野利一

名古屋工業大学工学部

正員

喜岡 渉

1. 研究の目的

沿岸域の表面は変動を考察する上で、入射波と反射波の分離が必要となる場合がある。従来の入反射分離法の基本的な考え方は、空間2地点で観測した海面振動を、FFTなどの手段により周波数分解を行い、各周波数毎に微小振幅波の分散関係を満たす波長を持つ三角関数波の入射波と反射波に分解することである。この方法には2つの主要な前提条件が含まれている。1つは周波数分解を行うための定常性・周期性の条件、もう1つは周期と波長の対応関係として線形分散関係を用いることである。また、有限長データの周波数分解には、推定誤差が含まれるにも関わらず、分解後の値をそのまま用いることも大きな疑問点である。前者2つの前提条件は、風波のような短周期の不規則波については問題が少ないと考えられるが、自由波と拘束波の混在する沿岸域の長周期波を対象とするような場合には満足し得ない条件である。本研究では、空間3地点の観測データに基づいて、周波数領域ではなく時間領域での入反射分離を試みる。従って、定常性や周波数毎の波数の分散関係を前提とせず、分離後の時間波形が得られる方法である。なお、対象とする時間のすべての時刻における完全な分離を目指すものではなく、主要な時間帯、特に振幅の大きな波が通過する時間帯での分離が目的である。

2. 研究内容

(1) 定常的な振動解析に用いられるFourier変換に変わり、振幅および位相が変化変調する非定常振動を解析する手段として、本研究では、時間領域の変動を時間領域の別の振動に変換するHilbertr変換を活用する。積分変換であるHilbertr変換の積分区間は正・負の無限大を含む領域で定義されるが、前後数波程度が積分区間に含まれていれば十分な精度で定義どおりの無限区間とした結果とみなせるというHilbertr変換の局所性に関する性質を新たに検討した。この性質は、入反射分離の原理において、非定常な変動でも扱える根拠となりさらに変調の少ない三角関数波であれば、有限時間内であっても厳密に分離可能となる。このことは推定誤差の含まれる周波数分解に基づく従来の方法を単純に3点に拡張する分離法とは意味が異なる。(2) Hilbertr変換により各地点の各時刻における振幅と位相が複素振幅 ζ_A 、 ζ_B および ζ_C として得られるので、次式のように、入射波および反射波の複素振幅 $\zeta_{I,R}$ を三角関数波の一部として空間方向に展開できると仮定する。

$$(\zeta_A, \zeta_B, \zeta_C) = (\zeta_I, \zeta_R) \begin{Bmatrix} \exp(-\frac{1}{2}\theta_I) & 1 & \exp(\frac{1}{2}\theta_R) \\ \exp(\frac{1}{2}\theta_I) & 1 & \exp(-\frac{1}{2}\theta_R) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、式表現の簡略化のため、地点AおよびCの内点であるB地点は線分ACの中点とし、位相角 θ_I および θ_R は、入・反射波のAC間における位相変化で、 $0 < \theta_{I,R} < \pi$ となること条件である。(3) 時間領域において入反射分離を行うとは、式(1)における関係式から、複素振幅 ζ_I および ζ_R を求めることである。式(2)を用いて変数変換すると、式(1)を変形した式(3)、式(4)のような関係式が得られる。複素振幅 $\zeta_{I,R}$ を求める際に必要となる位相角 θ_I および θ_R は、式(3)、式(4)の関係式から求められる。

$$\begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \Delta\theta \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \theta_I + \theta_R \\ \theta_I - \theta_R \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \bar{\zeta} \\ \Delta\zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \zeta_I + \zeta_R \\ \zeta_I - \zeta_R \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\tan(\Delta\theta) = \text{Im}(\bar{\zeta} / \zeta_B) / \text{Re}(\Delta\zeta / \zeta_B) \quad (4)$$

$$\cos(\bar{\theta}) = \text{Re}(\bar{\zeta} / \zeta_B) \cos(\Delta\theta) + \text{Im}(\Delta\zeta / \zeta_B) \sin(\Delta\theta) \quad (3)$$

基礎式である式(1)にもどって考えると、複素値に関する3つの等式に対し、未知数は2つの複素数 $\zeta_{I,R}$ 、および2つの実数 $\theta_{I,R}$ 、の合計6つの実数となっており、未知数の個数と等式の個数は一致する。しかしながら、式(3)で左辺の値が必ずしも区間 $[-1, 1]$ 、に含まれるわけではないので実数値 $\bar{\theta}$ を常に得ることができるとは限らない。従って、式(3)の入反射分離の関係式により、全ての時刻で分離可能ではないことに注意する必要がある。(4) 時間領域の $\bar{\theta}$ が不定となる分離不可能な時刻においては分離不可能であるので、海面振動の平均周期程度の時間で合成波の平滑化を行い、分離を行えるようにする。Hilbertr変換を用いて表現される複素水位変動についての平滑化は、以下の式(5)のように表現される。

$$\zeta(t) = \bar{A}(t) \exp(i\theta(t)) \quad ; \quad \bar{A}(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} A(t') dt', \quad \bar{\theta}(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} \theta(t') dt' \quad (5)$$

式(5)において、位相 $\theta(t)$ の定義域は $-\pi \leq \theta \leq \pi$ ではなく、unwrapped phase (VELCHEVA, 中村)で定義される。また、 τ は平滑化を行う時間長である。時間領域および周波数領域における入反射分離においては、定点観測された合成波の時系列データをもとに分離を行う。よって、実際に分離を行う際には定点間の時系列データから空間方向の波数を推定することが必要となる。周波数領域における入反射分離においては、線形分散関係が成立する海面振動を前提としているので、分散関係式より波数を算出可能である。しかし、時間領域における入反射分離においては分散関係が未知な海面振動においても分離可能にするため、定点間における波数 k は平均波数 $\bar{k}$ の周辺程度の値でなければならない。よって、極端な低周波および高周波成分は取り除く必要があり、式(5)のような平滑化を導入する大きな理由になっている。式(5)により求まる平滑化された合成波より、式(3)および式(4)の関係式を用いて複素振幅 ζ_I および ζ_R を算出し、時間領域における入反射分離を行う。

3. 解析結果

解析手法の手順として、ここでは入射波、反射波ともに $m=9$ の wallops スペクトルを与え、反射率を0.3とした。また、そのスペクトルからランダムに不規則波を発生させ、浅海波における変形を伴うように伝播させたA, B, C各地点における入反射波より合成波を作成した。その合成波をもとに式(3)、式(4)を用いて、時間領域における入反射分離を行った。入反分離結果を図-1に示す。(a)は合成波に対し、平滑化を行わずに分離を行った結果である。式(4)における $\bar{\theta}$ が不定となっているような時刻においては、分離結果が発散していることがわかる。しかし、平滑化を施して分離を行った結果(b)においては、不定となる時刻がほぼなくなっていることが理解できる。(c)は反射波の分離結果である。図-2は、A, C点の平滑化を施した入射波における空間方向の位相差より求めた θ_I と時間領域において入反射分離を行った過程で求めた θ_I を比較したものである。また、図-3はAC点間の距離が一定であることを考えると波数 k の時系列であるとも言える。この波数 k の時系列は、位相 $\theta(t)$ の時間変化より求まる周波数および周期の時系列に基づくものである。参考として、図-3にB点の入射波の時系列データをもとに算出した周期 T の時系列を示す。破線は個別波を定義したときにおける個別波周期を表している。

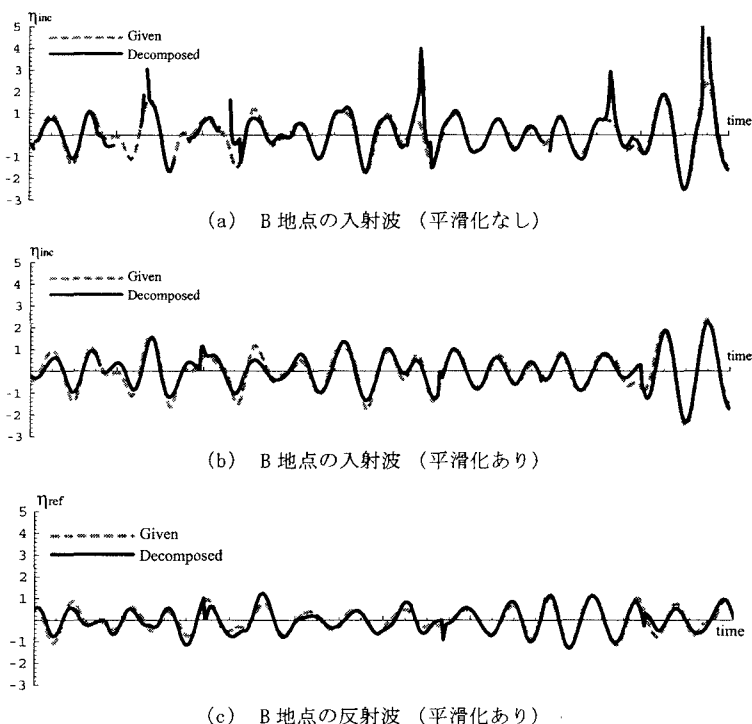


図-1 時間領域における入反射分離結果の一例

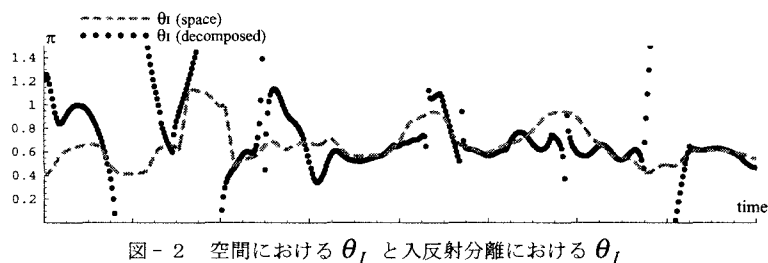


図-2 空間における θ_I と入反射分離における θ_I

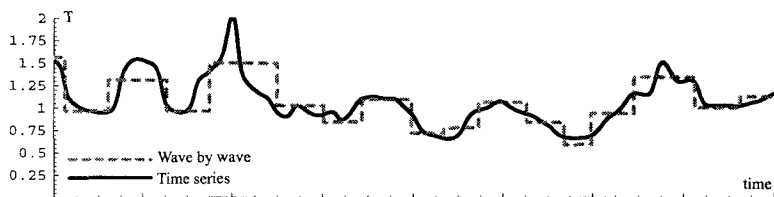


図-3 B地点入射波における周期の時間変化

参考文献

Albena VELCHEVA, 中村聡志 沿岸域における波群構造の変化と碎波帯内長周期波の発達・減衰特性 港湾技術研究所報告 第39巻第4号 P76～94