一般化パレート分布による極値波浪解析

名古屋工業大学 大学院　○ 網干弘充
名古屋工業大学 工学部　正会員　北野利一
名古屋工業大学 工学部　正会員　喜岡　渉

1．目的　極値波浪資料を解析するにあたり，従来法では，毎年極値資料に対しては極値 III 型分布を除く極値分布あるいは Weibull 分布に適合させ，非毎年極値資料に対しては極値の発生率およびデータ採択率を考慮し，歪ませた極値分布に適合させて，再現確率波高などの極値波浪の特性を推定している．近年，統計数学分野では，閾値を越える非毎年極値資料に対して，理論的に導かれる一般化パレート分布（ＧＰＤ）を適合させる極値解析法が提案されている．しかしながら，本来，GPD が対象とするデータは，サブ期間最大 (Block Maxima) で構成される非毎年資料，具体的にいえば年間最大値が極値となる現象の日最大値資料のことであり，暴風期間毎の最大有義波高で構成される極値波浪資料に単純に適用できない．本研究では，Block Maxima として定義できない変則的な期間毎の最大値資料（イベント発生別資料）に対し，最大値の発生を Poisson 過程とみなし，発生率の概念に相当する平均発生周期を導入するとともに，その推定誤差も考慮した GPD による極値解析法を構築する．また，従来の極値波浪解析においては異なる関数系を適合対象とするため，形状母数値は適合させる分布の種類を表わすものにすぎず，分布の広がりを表現できる拡張形状母数を必要とする．防波堤の期待滑動量に起因する重要な外力パラメータとして 合田 (2002) により提案されている裾長度パラメータ γ_{50} はその１つである．GPD は分布の裾の形状を表現するものであるという観点から γ_{50} を整理し，信頼区間を含めた γ_{50} の推定を行う．

2．理論　(1) 日最大値資料に対し，閾値 u を越える発生率を ζ_u とすれば，再現期間を m 日とする再現統計量 x_m の誤差分散 $Var(x_m)$ は，デルタ法により次式で与えられる．

$$Var(x_m)=Var(\zeta_u)\left(\frac{\partial x_m}{\partial \zeta_u}\right)^2+{}^t(\nabla x_m)Var(\sigma,\xi|\zeta_u)\nabla x_m\,;\quad x_m=u+\frac{\sigma}{\xi}\left\{(m\zeta_u)^{\xi}-1\right\};\quad \nabla=\left(\tfrac{\partial}{\partial\sigma},\tfrac{\partial}{\partial\xi}\right) \tag{1}$$

ここで，$Var(\zeta_u)$ は２項分布により与えられる ζ_u の推定誤差分散，$Var(\sigma,\xi|\zeta_u)$ は ζ_u が固定された時の σ と ξ の推定誤差の共分散である．暴風期間毎の最大有義波高のデータに対しては，日や週などの単位期間 (Block)を定める根拠がないため，期間単位の閾値を越える発生率 ζ_u を定義できない．そこで，イベント発生毎資料に対し，閾値を越えるイベントの発生過程を無限小の単位期間に分割された Poisson 過程とみなせば，発生平均周期 τ_u を導入することができる．再現期間 R とする確率波高 x_R の誤差分散 $Var(x_R)$ は，$Var(\tau_u)$ の考慮を含め，式(1) に準じて得られる．なお，日最大値資料をイベント発生毎資料として扱うことも可能であり，$Var(x_m)$ は異なる取扱いにより得られる $Var(x_R)$ に近似的に一致することを理論的に確認した．また，隣合う２年間を単位期間とし，単位期間内の閾値を越える発生数について，その平均発生数からのズレが異常でないかをカイ二乗検定により調べることにより，同一の平均周期をもつ Poisson 過程と見なせるか否かの判断を行った．(2) 閾値を変化させても超過確率分布が相似となる GPD の特性を利用し，合田 (2002) の裾名長度パラメータ γ_{50} は，以下のように表せる．

$$\gamma_{50}\left(\equiv\frac{x_{50}}{x_{10}}\right)=\gamma\left(\tfrac{1}{5}\right);\qquad \gamma(P_r)=1+\frac{P_r^{-\xi}-1}{\xi}\frac{\sigma_{10}}{x_{10}};\qquad \frac{\sigma_{10}}{\xi x_{10}}=1+\left\{\frac{(R/\tau_u)^{\xi}}{1-\xi u/\sigma}-1\right\}^{-1} \tag{2}$$

$Var(x_R)$ と同様に式(1)に準じ，推定誤差分散 $Var(\gamma_{50})$ が求まる．

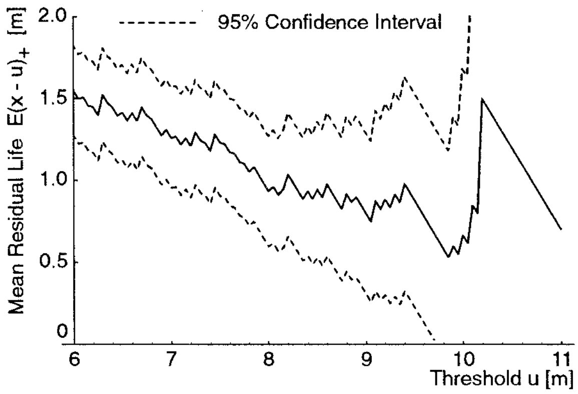

図-1　閾値による残存平均高の変化

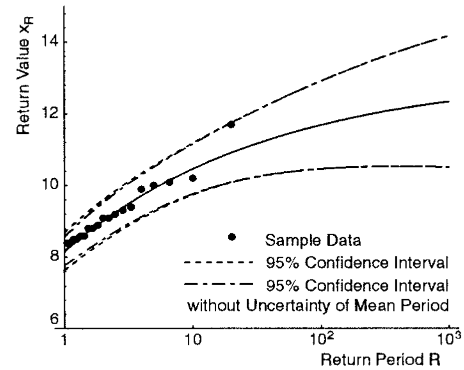

図-3　再現期間に対する確率波高の変化

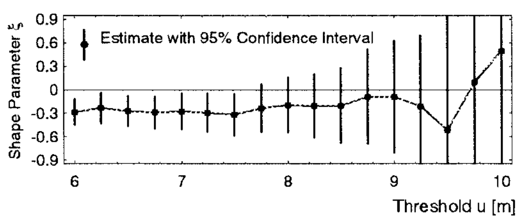

図-2　閾値による形状母数の推定値の変化

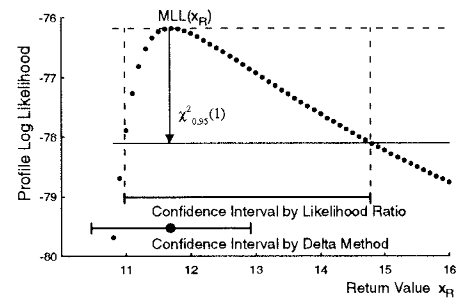

図-4　尤度比検定による確率波高の信頼区間推定

3．主要な結論　提案する解析法の適用例として，Goda (2000) が検討した Kodiak 沖における２０年間の高波の非毎年資料を用いた．(1) 最小自乗法による従来の極値解析法では，上限が制約される不都合を避けるため，意図的に極値 III 型分布を除いた分布を対象に行われるのに対し，GPD による解析法では，極値 III 型分布に従う現象の非毎年資料（ ξ が負に相当）も必然的にその対象に含まれる．図-1 に示すように残存平均高 (Mean Residual Life) の勾配が明らかに負であることや，信頼区間を付した推定値 ξ の閾値選定による変化（図-2）から見ても， Kodiak 沖の高波データの場合，極値 III 型分布に従う極値現象であることがほぼ間違いないと判断できる．確率波高については，デルタ法および尤度比検定により推定した．図-3 が再現期間に対する確率波高の変化を図示したものである（信頼区間はデルタ法による）．また，図-4 が尤度比検定におけるプロファイル対数尤度を図示したものである．１００年確率波高はデータの最大値より大きな値であるので，プロファイル対数尤度は点推定値に対し非対称となり，信頼区間は上に長いものとなっている．また，年間発生数の頻度について，Poisson 分布と比較したものを図-5 に示し，カイ二乗検定については，

$$\chi^2(2\mathrm{year})=13.4 \ < \ \chi^2_{0.95}(9)=16.9 \qquad (3)$$

となるので，発生頻度に異常な期間があるという仮説が棄却できる．(2) Kodiak 沖における高波資料が２０年間の資料であるにも関わらず，裾長度パラメータは，$\gamma_{50}=1.09\pm0.041$ (信頼度 95%) と適切な範囲で推定された．

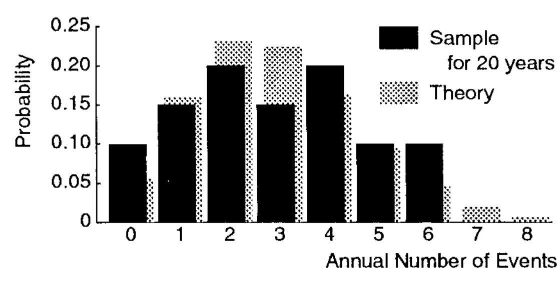

図-5　年発生数の頻度

参考文献

合田良実 (2002)：設計波高に係わる極値統計分布の裾長度パラメータとその意義，海岸工学論文集，第49巻，pp.171-175.

Goda, Y. (2000): Random Seas and Maritime Structures, World Scientific, 443p.