

流線型構造物周辺の三次元流れに関する非線形 k-εモデルの適用性

四日市大学環境情報学部 正 員 木村 一郎
 京都大学大学院工学研究科 正 員 細田 尚
 京都大学大学院工学研究科 学生員 音田慎一郎

1. **はじめに**：平面上に設置された柱状構造物周辺の流れ場は、馬蹄形渦の形成に特徴付けられる。このような流れ場の例としては、橋脚や水制周辺の流れが該当し、河川工学の分野においても重要である。柱状構造物の断面形状が円や長方形の場合、一般に後流域にカルマン渦列が形成され、流れ場は非定常となる。一方、流線型断面形状を有する柱状構造物では、カルマン渦が形成されないため、流れ場は一般に定常となり、RANS タイプの乱流モデルの検証にはより適していると考えられる。本研究では、著者らが開発を行ってきた非線形 k-εモデルを翼型断面形状の構造物周辺の流れ場に適用し、その妥当性を検証するものである。比較に用いるデータとしては、Devenport らの実験結果を採用した¹⁾。

2. **数値解析手法**：本研究では、次に示すような一般曲線座標系における反変成分表示の基礎式を用いる²⁾。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^\alpha \sqrt{g}}{\partial \xi^\alpha} = 0 \quad (1)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j [V^i V^j] = F^i - \frac{1}{\rho} g^{ij} \nabla_j p + \nabla_j \left[-\overline{v^i v^j} \right] + 2\nu \nabla_j e^j \quad (2)$$

$$[k \text{ 方程式}] \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \nabla_j [k V^j] = -g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i - \varepsilon + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_j k \right\} \quad (3)$$

$$[\varepsilon \text{ 方程式}] \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla_j [\varepsilon V^j] = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_j \varepsilon \right\} \quad (4)$$

ここに、 ξ^i ：計算空間の空間座標、 t ：時間、 V^i ：流速ベクトルの反変成分、 v^i ：乱れ速度ベクトルの反変成分、 p ：圧力、 ν ：動粘性係数、 ρ ：流体の密度、 k ：乱れエネルギー、 ε ：乱れエネルギー散逸率、 g_{ij} 、 g^{ij} ：計量テンソルの共変及び反変成分、 g ：計量テンソルの共変成分から成る行列の行列式、 F^i ：重力ベクトルの反変成分をそれぞれ表わす。また、 ∇_j は共変微分を表し、例えば、

$$\nabla_j A^k = \frac{\partial A^k}{\partial \xi^j} + A^l \Gamma_{lj}^k \quad (5)$$

などとなる。ここに、 Γ_{ij}^k はクリストッフェルの記号である。

乱流モデルとしては、高レイノルズ数型の2次非線形 k-εモデルを用いた。本モデルによる構成則は、

$$-\overline{v^i v^j} = D_i S^{ij} - \frac{2}{3} k \delta_s^i g^{sj} - \frac{k}{\varepsilon} D_i [\alpha_1 Q_1 + \alpha_2 Q_2 + \alpha_3 Q_3], \quad D_i = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

$$Q_1 = S^{i\alpha} g_{\alpha l} \Omega^{lj} + S^{j\beta} g_{\beta l} \Omega^{li}, \quad Q_2 = S^{i\alpha} g_{\alpha l} S^{lj} - \frac{1}{3} S^{k\alpha} g_{\alpha m} S^{m\beta} g_{\beta k} \delta_l^i g^{lj}, \quad Q_3 = \Omega^{i\alpha} g_{\alpha l} \Omega^{lj} - \frac{1}{3} \Omega^{k\alpha} g_{\alpha m} \Omega^{m\beta} g_{\beta k} \delta_l^i g^{lj} \quad (7)$$

$$S^{ij} = g^{j\alpha} \nabla_\alpha V^i + g^{i\alpha} \nabla_\alpha V^j, \quad \Omega^{ij} = g^{j\alpha} \nabla_\alpha V^i - g^{i\alpha} \nabla_\alpha V^j \quad (8)$$

となる。モデル係数は、 $M = \max(S, \Omega)$ (S : Strain parameter, Ω : Rotation parameter)の次のような関数で与える。

$$\alpha_1 = -0.1325 f_M, \quad \alpha_2 = 0.0675 f_M, \quad \alpha_3 = -0.0675 f_M, \quad f_M = [1 + 0.02 M^2]^{-1}, \quad C_\mu = \min[0.09, 0.3 / (1 + 0.09 M^2)] \quad (9)$$

計算は、Devenport らによる実験¹⁾と同条件で行う。この実験では修正 NACA0020 断面（前縁 3:2 楕円、後縁 NACA0020）の翼型構造物が平面上に垂直に設置された流れ場を対象としている。表 1 に実験条件を示す。

水平面内の計算格子は図 1 に示す C 型

表 1 計算条件

格子格子数は 80(ξ 方向)×20(η 方向)である。鉛直格子は等比級数で与え、格子

弦長	最大翼幅	前縁形状	後縁形状	平均流速
303mm	71.7mm	3 : 2 楕円	NACA0020	26.75m/s

数は15とした。翼および平面近傍の格子幅は $0.01L$ (L :弦長)とした。計算は、3次元計算と、2次元計算の両方を実施した。ただし、2次元計算では修正を施さない NACA0020 断面の翼を対象とした。

3. 計算結果の概要:

図2は2次元計算における乱れエネルギーの分布を、標準型モデルと非線形モデルで比較したものである。非線形モデルでは k の生成が大幅に抑制されていることがわかる。図3は三次元計算における翼上流側の鉛直縦断面の流況を実験と計算で比較したものである。実験結果では、 $x/T = -0.2$ 付近の底面近傍に、時計周りの渦が形成されている。これは馬蹄渦の一部と考えられる。標準型 $k-\varepsilon$ モデル及び非線形 $k-\varepsilon$

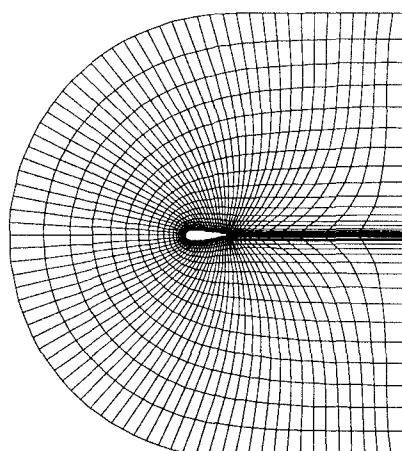
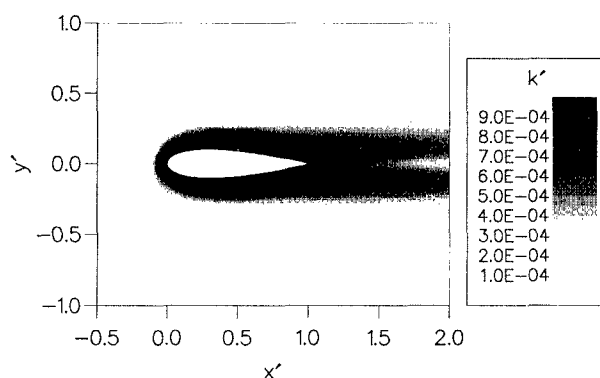
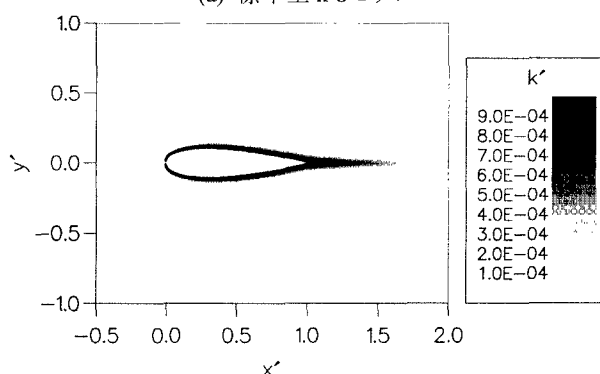


図1 水平面内の計算格子

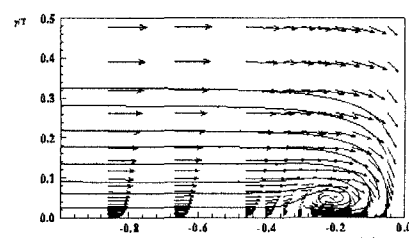


(a) 標準型 $k-\varepsilon$ モデル

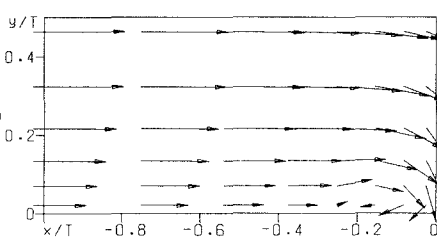


(b) 非線形 $k-\varepsilon$ モデル

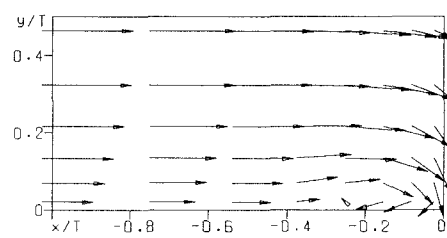
図2 乱れエネルギーの分布 (2D Cal.)



(a) Exp.



(b) Cal. (Standard $k-\varepsilon$ model)



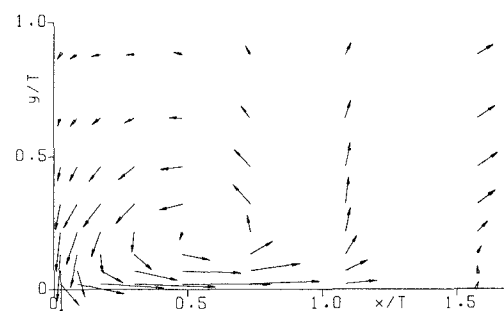
(c) Cal. (Non-linear $k-\varepsilon$ model)

図3 上流側鉛直縦断面内の流速ベクトルの比較 ($y/T=0$)

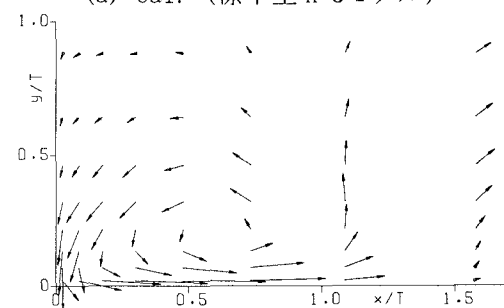
モデルのいずれの数値解析結果においてもこの渦は明確に再現されている。しかし、標準型 $k-\varepsilon$ モデルによる渦は規模が若干小さく、中心位置が実験結果に比べて下流側に寄っている。非線形 $k-\varepsilon$ モデルによる計算結果は馬蹄渦の形成をほぼ良好に再現している。図4は、翼後方 ($x/T=4.7$) における $y-z$ 平面 (横断方向断面) 内の流速ベクトルを、標準型 $k-\varepsilon$ モデルと非線形モデルで比較したものである。いずれの結果にも底面近傍に反時計周りの渦がみられる。両乱流モデルによる渦の規模はほぼ等しいが、渦の中心位置は標準型 $k-\varepsilon$ モデルによる結果の方が若干上方に位置している。

4. おわりに: 流線型構造物周辺の流れに対して非線形 $k-\varepsilon$ モデルの適用を行った結果、馬蹄渦が再現されるなど、ほぼ妥当な結果を得た。今後は乱流成分についての比較を行うなど、モデルの検証をさらに進めていきたい。

参考文献 1) Devenport, W. J. & Simpson, R. : *J. Fluid Mech.*, **210**(1990), 23-55, 1990. 2) 木村他, 四日市大学環境情報論集, **5**(2001), 145-170.



(a) Cal. (標準型 $k-\varepsilon$ モデル)



(b) Cal. (非線形 $k-\varepsilon$ モデル)

図4 翼後方横断面内の流況 ($x/T=4.7$)