

直交異方性厚板の損失正接に与える板厚と境界条件の影響

大同工業大学 学生員 ○名木野晴暢

大同工業大学 都市環境デザイン学科 正員 近藤八重 正員 水澤富作

1. まえがき 衝撃荷重を受ける木構造物や木製楽器の動的応答や音響特性は、木材の材料学的な異方性($E_L/E_R \cong 10, E_L/G_{RT} \cong 300$)を考慮すると同時に、木材の粘弾性による損失正接($\tan \delta = Q^{-1}$)も評価する必要がある。定常振動を仮定した粘弾性ばりや粘弾性板の振動解析に用いられる使用材料の複素弾性率などは、実部に相当する材料の動的ヤング率、動的せん断弾性率、ポアソン比と同時に、虚部のこれらの物性値に対応した損失正接を実験的に求める必要があり、多くの実験結果が報告されている。周辺単純支持された粘弾性等方性板の振動解析は、早くから *Srinivas* ら¹⁾により研究されている。*McIntyre* ら²⁾は、等方性薄板の内部摩擦に起因する損失正接の理論的な評価法を提案し、実験値と比較検討している。また、中尾ら³⁾は、*McIntyre* ら方法を薄板理論に基づく粘弾性異方性板の振動解析に適用し、木板の振動特性に与える損失正接の影響や実験値との比較を検討しているが、損失正接に与える横せん断変形の影響については十分検討されていない⁴⁾。最近、近藤ら⁴⁾は、横せん断変形と回転慣性の影響を考慮した粘弾性直交異方性 *Mindlin* 板理論を適用し、木板の損失正接の振動特性について検討している。しかしなが、木板の損失正接に与える厚さ方向の弾性係数の影響については、報告されていないように思われる。

本研究では、3次元 *spline* 帯板法⁵⁾を用いて、**図-1**に示す直交異方性厚板でモデル化した木板の損失正接を算定し、近藤ら⁴⁾の木板の損失正接の結果と比較し、厚さ方向の弾性係数及び複素弾性率の影響について検討を行っている。また、木板の損失正接に与える板厚比や境界条件の影響についても検討を行っている。

2. 解析手法 解析仮定を以下のように設ける。①内部摩擦による材料の損失正接は小さい。②ポアソン比の損失正接は、十分小さいので無視する。③物性値は、周波数に依存せず一定である。粘弾性体では、次式の複素弾性率が成り立つ。 $E_j^* = E_j + i \tan \delta_{E_j} E_j$ ($j = x, y, z$), $G_{jl}^* = G_{jl} + i \tan \delta_{G_{jl}} G_{jl}$ ($j, l = x, y, z$) ... (1)

ここで、 i は虚数であり、 $\tan \delta_{E_j}$, $\tan \delta_{G_{jl}}$ は、それぞれ実験で求めた木材の動弾性係数 E_j , G_{jl} に対応する損失正接である。次に、直交異方性厚板の内部減衰による損失正接、 $\tan \delta_p$ は、*McIntyre* らの微小減衰近似法を適用すれば、複素弾性率の実部の物性値より得られる固有値 ω [rad/s]および複素弾性率の虚部の物性値より得られる固有値 $\tilde{\omega}$ [rad/s]とすれば、近似的に、次式で与えられる。 $\tan \delta_p \cong \tilde{\omega}^2 / \omega^2$... (2)

本文では、直交異方性粘弾性理論とポテンシャルエネルギー最小の原理に基づく3次元 *spline* 帯板法を用いて、固有方程式を定式化している⁵⁾。

ただし、直交異方性粘弾性体の構成式は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = E_x \begin{Bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

ここで、 D_{ij} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D_{11} &= E_x^* (1 - \nu_{zy} \nu_{yz}) / E_x^* S, \quad D_{12} = D_{21} = E_x^* (\nu_{yx} + \nu_{zx} \nu_{yz}) / E_x^* S, \quad D_{22} = E_y^* (1 - \nu_{zx} \nu_{xz}) / E_x^* S, \\ D_{13} = D_{31} &= E_x^* (\nu_{zx} + \nu_{yx} \nu_{zy}) / E_x^* S, \quad D_{23} = D_{32} = E_y^* (\nu_{zy} + \nu_{zx} \nu_{xy}) / E_x^* S, \quad D_{33} = E_z^* (1 - \nu_{yx} \nu_{xy}) / E_x^* S, \\ D_{44} &= G_{xy}^* / E_x^*, \quad D_{55} = G_{yz}^* / E_x^*, \quad D_{66} = G_{xz}^* / E_x^*. \quad \text{ただし, } E_i^*, G_{ij}^* \text{ は複素弾性率, } \nu_{ij} \text{ はポアソン比,} \\ S &= 1 - \nu_{xy} \nu_{yz} \nu_{zx} - \nu_{xz} \nu_{yx} \nu_{zy} - \nu_{xz} \nu_{zx} - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} \text{ である.} \end{aligned}$$

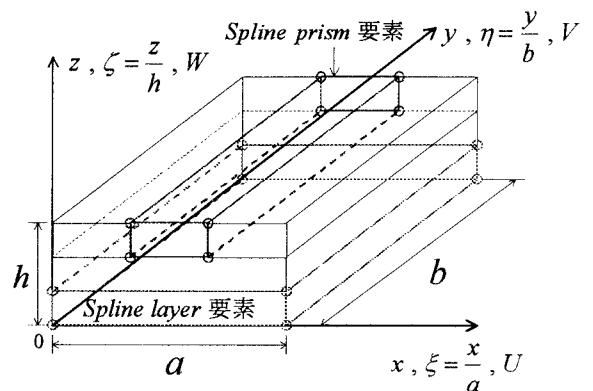


図-1 直交異方性厚板と3次元帯板モデル

厚板の全ポテンシャルエネルギー Π を極値化すれば、固有方程式が得られる。固有関数の直交性を利用して、各級数ごとに固有値計算を行い、式 (2) から $\tan \delta_p$ を求めている。

3. 数値計算例及び考察

建材や楽器用材として用いられるスプルス柁目板の振動解析を行い、その結果から求まる損失

正接の振動特性について示す。表-1 には、中尾ら¹⁾が実験で求めた材料特性値及び複素弾性率が示してある。

図-2 には、スプルス柁目板の損失正接に関する 3 次元弾性理論と近藤らの Mindlin 理論による結果⁴⁾との比較が示してある。ここで、板厚比を 0.05 と 0.1 と仮定している。これより、両理論の値は、良く一致した結果を示しているが、板厚が大きくなると、両者に差が現れてくる。この相違は、厚さ方向の弾性係数と複素弾性率の影響や Mindlin 板で導入した一定なせん断修正係数によるものと考えられる。

図-3 a), b), c) には、それぞれ、相対する 2 面が単純支持され、他の 2 面が、それぞれ固定面、自由面であるスプルス柁目板に関する損失正接に与える板厚比の影響が示してある。ここで、板厚比は、0.05, 0.1, 0.4 に変化させている。これより、可聴周波数域での損失正接は、板厚が比較的薄いと、周波数にさほど大きく依存していないが、厚板では、損失正接が周波数にかなり依存している。この理由について、今後検討する必要がある。また、拘束がきついほど損失正接は大きな値を示している。

4. まとめ 得られた結果をまとめると、以下のようになる。1) 弾性理論と Mindlin 板理論による値は、板厚が大きくなると、両者に差が現れてくる。この相違は、厚さ方向の弾性率の影響と考えられる。2) 損失正接は、板厚が比較的薄いと周波数にさほど大きく依存していないが、厚板では、損失正接が周波数にかなり依存している。3) 損失正接に与える境界条件の影響は、拘束が大きいほど、大きな値を示している。

参考文献 1) S. Srinivas and A.K. Rao: An exact analysis of free vibrations of simply supported viscoelastic plates, JSV, Vol. 19, 251-259, 1971. 2) M.E. McIntyre and J. Woodhouse: The influence of geometry on linear damping, Acustica, Vol. 39, 209-224, 1978. 3) 中尾他: 木材板の振動的性質, 木材学会誌, Vol. 31, 793-800, 1985. 4) 近藤他: 土木学会全国大会概要集, 2001. 5) 名木野他: 土木学会全国大会概要集, 2002.

表-1 材料特性値及び複素弾性率³⁾

材種名	密度 [kg/cm ³]	ヤング係数 [$\times 10^3$ kgf/cm ²]			せん断弾性係数 [$\times 10^3$ kgf/cm ²]			ポアソン比		
	ρ	E_R	E_T	E_L	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}	ν_{RT}	ν_{LT}	ν_{LR}
シトカスプルス	0.00039	9.2	5.1	118.0	0.34	7.30	7.70	0.43	0.47	0.37
		Material loss tangent [$\times 10^3$]								
		19.3	20.6	6.0	19.6	13.9	13.3	≈ 0		

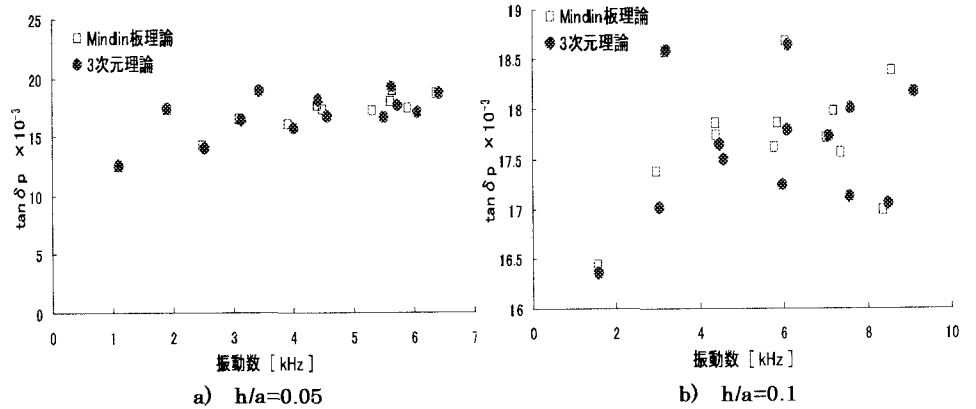


図-2 スプルス柁目板に与える損失正接の理論比較: $a=b=10$ cm, SS-SS

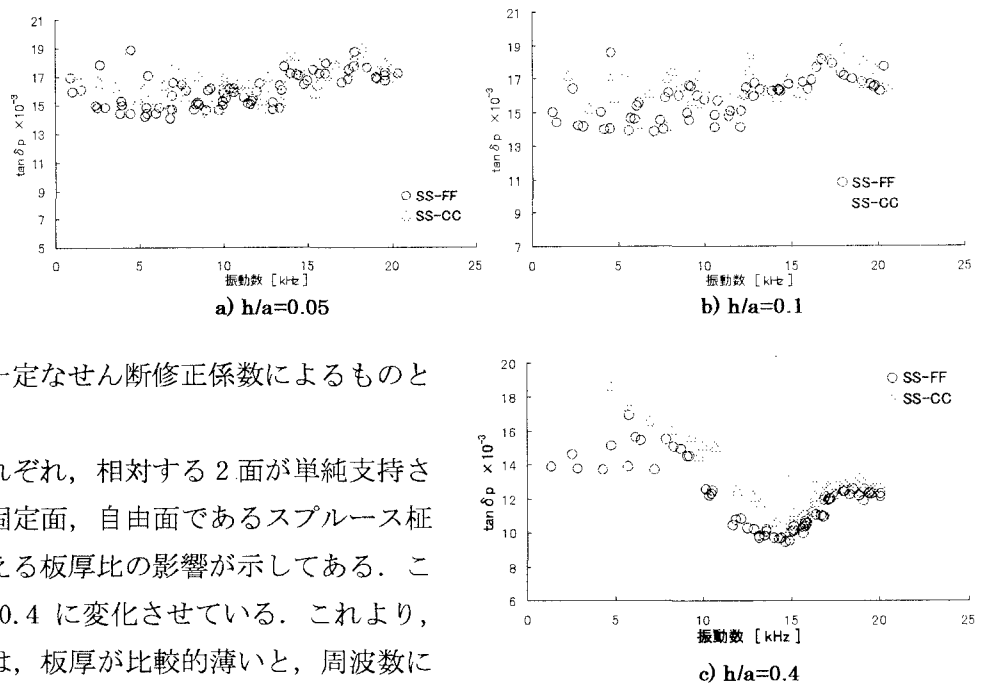


図-3 スプルス柁目板の損失正接に与える板厚比、境界条件の影響