

平板の振動状態に与える異方性、変厚や板厚の影響

大同工業大学大学院 学生員 ○木村健一

大同工業大学 都市環境デザイン学科 正員 近藤八重 正員 水澤富作

1. まえがき 走行車両を受ける橋梁スラブの段差や目地から発生する衝撃による振動スラブは、振動音源になり、スラブから発生する衝撃固体音や低周波音は、環境騒音として社会的な問題になっている。振動音源であるスラブの音響放射特性は、スラブの振動数や振動モードと深く関係しているので、平板のより正確な振動解析が必要になる。これまでに、橋本¹⁾が建築分野における固体音問題において、周辺単純支持された鉄板とコンクリート板の振動状態の比較について検討を行っている。しかしながら、LP 鋼板（圧延変厚鋼板）²⁾などの板厚が連続的に変化する変厚板や、木橋や木製楽器などに用いられる集積材や木質材などの異方性板の振動状態の研究は、あまり報告されていないように思われる。

本研究は、*spline* 要素法を用い、固有値解析から求められる振動数と振動モードより、固有振動モードの分布を示すモード格子図を描き、板の幾何形状（変厚板や厚板）、材質（表・1）や境界条件を変化させたときの分布図について比較、検討している。また、それらの板の限界周波数 f_c を指標にとり、振動平板の音響放射を定義付ける振動状態（モード振動状態や拡散振動状態）についても考察を行っている。

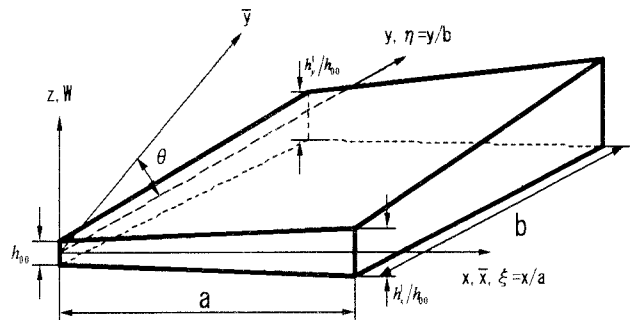


図-1 変厚斜め*Mindlin*板と座標系

2. 式の定式化 *Mindlin* 板理論とポテンシャルエネルギー最小の原理を用いて、図-1 に示すような2方向に変厚な*spline* 要素モデルを導く。式の定式化にあたり、次式で表される無次元斜交座標系を用いる。

$\xi = x/a, \eta = y/b, W' = W/b \dots (1)$ ここで、 W はたわみであり、 a と b はそれぞれ斜板の長さとする。

横せん断変形の影響を考慮した*Mindlin* 板理論では、次式の独立した変位関数が要素内で仮定される。

$$\phi_x = \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} A_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta), \phi_y = \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} B_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta), W' = \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} C_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta) \dots (2)$$

ここで、 A_{mn}, B_{mn}, C_{mn} はそれぞれ未定係数であり、 $N_{m,k}(\xi)$ と $N_{n,k}(\eta)$ は、正規化された*spline* 関数である。

斜板の板厚は2方向に線形的に変化するものと仮定すれば、式で与えられる。

$$h(\xi, \eta) = h_{00} H(\xi) T(\eta), H(\xi) = (\delta_x - 1)\xi + 1, T(\eta) = (\delta_y - 1)\eta + 1 \dots (3)$$

ただし、 h_{00} は基準板厚であり、また δ_x と δ_y は変厚比であり、それぞれ $h_x^1/h_{00}, h_y^1/h_{00}$ で表す。

変厚直交異方性斜め*Mindlin* 板のひずみエネルギー U と運動エネルギー T は、それぞれ次式で表される。

$$U = (D_x^{00} ab \cos \theta / 2a^2) \int_0^1 \int_0^1 \left[H(\xi)^3 T(\eta)^3 \sec^2 \theta \left\{ \cos^4 \theta (\partial \phi_x / \partial \xi)^2 + 2\nu_{xy} \cos^2 \theta \sin^2 \theta (\partial \phi_x / \partial \xi) (\partial \phi_y / \partial \xi) \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \theta (\partial \phi_x / \partial \xi) (\partial \phi_y / \partial \xi) - (a/b) \sin \theta (\partial \phi_x / \partial \xi) (\partial \phi_y / \partial \eta) + (a/b) (\partial \phi_x / \partial \xi) (\partial \phi_y / \partial \eta) \right\} \right. \\ \left. + (E_y / E_x) \left\{ \sin^2 \theta (\partial \phi_x / \partial \xi) - \sin \theta (\partial \phi_y / \partial \xi) - (a/b) \sin \theta (\partial \phi_x / \partial \eta) + (a/b) (\partial \phi_y / \partial \eta) \right\}^2 \right. \\ \left. + (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) (G_{xy} / E_x) \left\{ -2 \sin \theta (\partial \phi_x / \partial \xi) + (\partial \phi_y / \partial \xi) + (a/b) (\partial \phi_x / \partial \eta) \right\}^2 + 12(1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \kappa (b/h_{00})^2 (a/b)^2 H(\xi) T(\eta) \right. \\ \left. \times [G_{xz} / E_x \{ \cos \theta \phi_x + (b/a) (\partial W' / \partial \xi) \}^2 + G_{yz} / E_x \{ -\sin \theta \phi_x + \phi_y - \tan \theta (b/a) (\partial W' / \partial \xi) + \sec \theta (\partial W' / \partial \eta) \}^2] \right] d\xi d\eta \\ T = (\rho h_{00} / 2) \omega^2 ab^3 \cos \theta \int_0^1 \int_0^1 \left[H(\xi) T(\eta) W'^2 + (1/12) (h_{00} / b)^2 H(\xi)^3 T(\eta)^3 (\phi_x^2 - 2 \sin \theta \phi_x \phi_y + \phi_y^2) \right] d\xi d\eta \dots (4)$$

ここで、 θ は斜角、 $D_x^{00} = E_x h_{00}^3 / 12(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})$ 、 E_x, E_y はヤング係数、 G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} はせん断弾性係数、 ν_{xy}, ν_{yx} はポアソン比、 κ はせん断修正係数、 ρ は密度、 ω は円振動数

(rad/sec)である。全ポテンシャルエネルギーを極値化し、得られた固有方程式より振動数と固

表-1 計算に用いた材料特性値³⁾

材料	E_x	E_y	G_{xy} $\times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$	G_{xz}	G_{yz}	ν_{xy}	ν_{yx}	ρ kg/cm^3
鋼	2100	2100	800	800	800	0.3	0.3	0.00785
シトカスブルー	9.2	118.0	0.34	7.3	7.7	0.37	0.29	0.00039

有ベクトルを求めている。

3. 数値計算例および考察 以下の数値計算例では、せん断修正係数 κ は $5/6$ に仮定し、斜角 θ は 0° としている。また、本研究で用いる限界周波数 f_c は次式で与えられる。

$$f_c = (c^2/2\pi) \sqrt{12M(1-\nu_{xy}\nu_{yx})/E_x h_{00}^3} \dots (5) \quad \text{ここで、音速は } c = 34000 \text{ cm/s, 面密度は } M = \rho \cdot h_{00} \text{ である。}$$

また、図の m, n は、それぞれ x 方向および、 y 方向のモード次数であり、等高線の幅は 400Hz としている。

図-2 は、一定厚の周辺固定された正方形鋼板 ($200 \times 200 \times 4\text{cm}$) の振動モード格子図を示している。ここで、幅厚比 b/h_{00} は 50 と仮定している。これより、

限界周波数 f_c 内のモードの数が少なく、振動状態は、

拡散振動であることが分かる。

図-3 は、同様にして b/h_{00} を 100 とした場合の格子図である。これより、

図-2 と比べて板厚が薄くなると、 f_c は高くなるので、モード振動領域が増大してくる。

図-4 は、周辺単純支持のモード格子図を示している。これより、図-2 と比較すると、両図とも拡散状態にあり、周辺固定の方が

拡散振動領域が大きくなるので、音が出やすいと考えられる。

図-5 には、 x 方向に変厚な鋼板のモード格子図を示している。これより、板厚の薄い方へ周波数の等高線が偏っている。また、図-6 には、等厚なシトカスプルス柁目板のモード格子図を示している。これより、異方性の強い方へ周波数の等高線が偏っており、また、モード振動領域が支配的になっているので、この板の音響放射はモードに依存してくると思われる。

図-5 には、 x 方向に変厚な鋼板のモード格子図を示している。これより、板厚の薄い方へ周波数の等高線が偏っている。また、図-6 には、等厚なシトカスプルス柁目板のモード格子図を示している。これより、異方性の強い方へ周波数の等高線が偏っており、また、モード振動領域が支配的になっているので、この板の音響放射はモードに依存してくると思われる。

4. まとめ 1) 板厚が薄くなると、 f_c が大きくなるので、モード振動領域が拡大してくる。2) 変厚板では板厚の薄い方へ等高線が偏る。3) 木板では異方性の強いほうへ周波数の等高線が偏り、モード振動領域が支配的になってくる。

参考文献 1) 橋本典久：固体音の放射特性。日本音響学会誌 50 巻 4 号, pp332-337, 1994. 2) 堀田毅ら：鋼橋への LP 鋼板の適用。橋梁と基礎, pp11-14, 2000-4. 3) 中戸莞二, 左道健：新編木材工学。養賢堂, 1995.

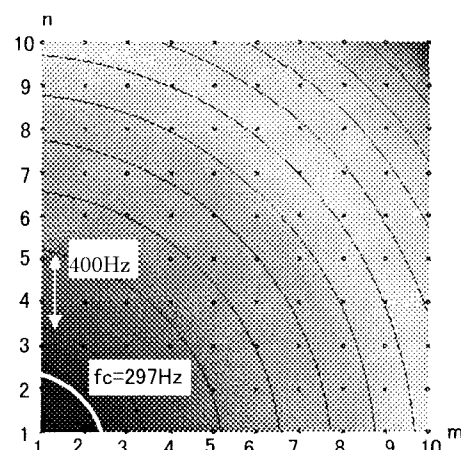


図-2 周辺固定された正方形鋼板のモード格子図 幅厚比: $b/h_{00} = 50$ ($200 \times 200 \times 4\text{cm}$)

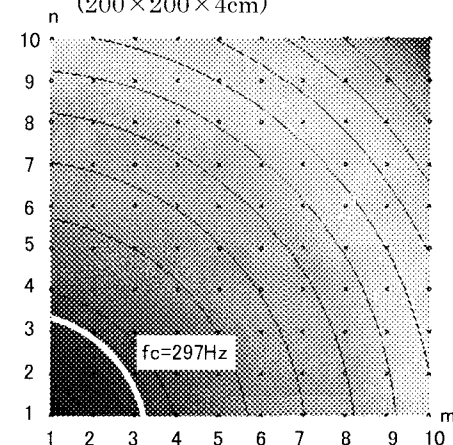


図-4 周辺単純支持された正方形鋼板のモード格子図 幅厚比: $b/h_{00} = 50$ ($200 \times 200 \times 4\text{cm}$)

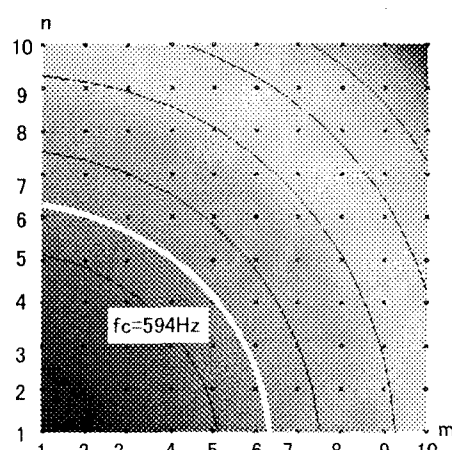


図-3 周辺固定された正方形鋼板のモード格子図 幅厚比: $b/h_{00} = 100$ ($200 \times 200 \times 2\text{cm}$)

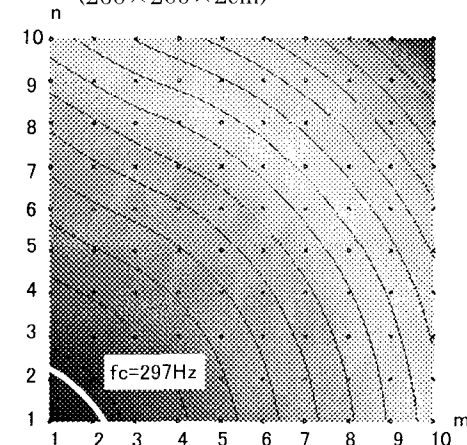


図-5 周辺固定された変厚正方形鋼板のモード格子図 変厚比: $h_1^1/h_{00} = 2.0, h_1^1/h_{00} = 1.0$, 幅厚比: $b/h_{00} = 50$ ($200 \times 200 \times 4\text{cm}$)

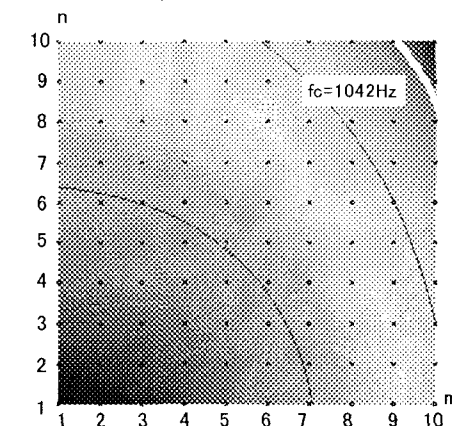


図-6 周辺固定された正方形木板のモード格子図 幅厚比: $b/h_{00} = 50$ ($200 \times 200 \times 4\text{cm}$)