劣化損傷部を有する平板の波動散乱場の特性

東海大学 海洋学部　学生員○　真鍋　賢司
東海大学 大 学 院　学生員　小倉　洋一
東海大学 海洋学部　正　員　川上　哲太朗

1. はじめに

薄肉の鋼製部材等に腐食などによる劣化損傷が存在する場合，繰り返し荷重や地震などの予想外の荷重を受けた際，構造物の倒壊などの致命的な損傷の一因となる可能性を有している．このような構造物の倒壊を未然に防ぐために，非破壊検査手法等により事前に部材内の劣化損傷の存在を検知し，適切な処理を施しておくことが重要である．

そこで本研究では，非破壊検査手法の一つの手法として，構造部材に振動を与え，その振動特性より劣化損傷部の検知を行なうことを考え，その理論的評価を目的として，部分的に曲げこわさの異なる領域を有する薄肉平板の動的応答問題を境界要素法により解析を行なった．

2. 境界要素法による数値解析手法 [1),2)]

時間調和振動点 $p(\mathbf{X})$ を有する薄肉平板の運動方程式は次式で表される．

$$\left.\begin{aligned} &\left(\Delta^2-\lambda^4\right)u(\mathbf{X})=\frac{p(\mathbf{X})}{K} \\ &\lambda^4=\frac{\omega^2\rho h}{K},K=\frac{Eh^3}{12(1-\upsilon^2)} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

ここで，Δ ：ラプラシアン，ρ ：密度，h ：平板の厚さ，υ ：ポアソン比，E ：ヤング率，$u(\mathbf{X})$ ：たわみ，K ：平板の曲げこわさである．

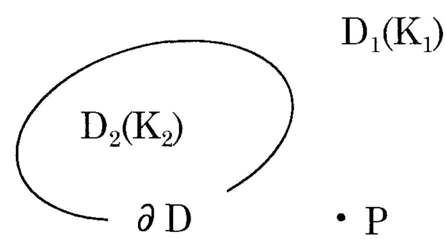

図 1　領域の定義

次に，図 1 に示すような領域を定義する．D_1 は無限平板，D_2 は無限平板内に存在する曲げこわさのことなる領域，∂D は境界を表す．

図 1 に示す劣化損傷部を有する平板の D_1 領域に対する Green の外部問題におけるたわみに関する積分方程式および境界積分方程式は次のように表される．

$$\begin{aligned} &-\int_{D_1}U_1(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)\frac{p(\mathbf{Y})}{K}dA_Y+\int_{\partial D_1}\left[U_1(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)\right]\left\{\mathbf{V}_{1n_y}u_1(y)\right\} \\ &-\left\{\partial_{n_y}U_1(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)\right\}\left\{\mathbf{M}_{1n_y}u_1(y)\right\}+\left\{\mathbf{M}_{1n_y}U_1(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)\right\}\left\{\partial_n u_1(y)\right\}-\left\{\mathbf{V}_{1n_y}U_1(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)\right\}\left\{u_1(y)\right\} \\ &=-u_p(\mathbf{X})+\left[\mathbf{S}_1(\mathbf{V}_n u_1)\right](\mathbf{X})-\left[\mathbf{D}_1(\mathbf{M}_n u_1)\right](\mathbf{X})+\left[\mathbf{M}_1(\partial_n u_1)\right](\mathbf{X})-\left[\mathbf{V}_1(u_1)\right](\mathbf{X}) \end{aligned}$$

$$=\begin{cases} u_1(x) & X=x\in D_1 \qquad (2) \\ \dfrac{1}{2}u_1(x) & X=x\in\partial D \qquad (3) \end{cases}$$

同様に Green の外部問題におけるたわみ角に関する式は次のように表される.

$$-\partial_{nx}u_p(\mathbf{X})+\left[\partial_{nx}\mathbf{S}_1(\mathbf{V}_{1n}u_1)\right](\mathbf{X})-\left[\partial_{nx}\mathbf{D}_1(\mathbf{M}_{1n}u_1)\right](\mathbf{X})+\left[\partial_{nx}\mathbf{M}_1(\partial_n u_1)\right](\mathbf{X})+\partial_{nx}\left[\mathbf{V}_1(u_1)\right](\mathbf{X})$$

$$=\begin{cases}\partial u_1(x) & X=x\in D_1 & (4)\\ \dfrac{1}{2}\partial u_1(x) & X=x\in\partial D & (5)\end{cases}$$

さらに, D_2 領域に対する Green の内部問題におけるたわみ及びたわみ角に関する境界積分方程式は次のように表される.

$$-\left[\mathbf{S}_2(\mathbf{V}_{2n}u_2)\right](\mathbf{X})+\left[\mathbf{D}_2(\mathbf{M}_{2n}u_2)\right](\mathbf{X})-\left[\mathbf{M}_2(\partial_n u_2)\right](\mathbf{X})+\left[\mathbf{V}_2(u_2)\right](\mathbf{X})=\frac{1}{2}u_2(x)\quad \mathbf{X}=x\in\partial D \tag{6}$$

$$-\partial_{nx}u_p(\mathbf{X})+\left[\partial_{nx}\mathbf{S}_2(\mathbf{V}_{2n}u_2)\right](\mathbf{X})-\left[\partial_{nx}\mathbf{D}_2(\mathbf{M}_{2n}u_2)\right](\mathbf{X})+\left[\partial_{nx}\mathbf{M}_2(\partial_n u_2)\right](\mathbf{X})+\partial_{nx}\left[\mathbf{V}_2(u_2)\right](\mathbf{X})$$

$$=\frac{1}{2}\partial u_2(x)\qquad X=x\in\partial D \tag{7}$$

ここで, $\mathbf{M}_{1,2}$, 及び $\mathbf{V}_{1,2}$ は曲げモーメント及び等価せん断力に関する演算子であり, U は基本解である.

基本解 U は第 1 種 0 次ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ を用いて, 具体的に次式のように表される.

$$U_{1,2}(\mathbf{X},\mathbf{Y};\lambda)=-\frac{i}{8\lambda^2}\left[H_0^{(1)}(\lambda r)-H_0^{(1)}(i\lambda r)\right] \tag{8}$$

ここで, 薄肉平板の接合問題を考える. 薄肉平板は剛に接合されていると仮定すると, 共通の境界 ∂D 上における接合条件は次のように表される.

$$u_1(x)=u_2(x),\partial_n u_1(x)=\partial_n u_2(x),\mathbf{M}_n u_1(x)=-\mathbf{M}_n u_1(x),\mathbf{V}_n u_1(x)=-\mathbf{V}_n u_1(x) \tag{9}$$

次に式(3), (5) , (6) , (7)に示される境界積分方程式の接続条件のもとに解くために, 境界を離散化し, 数値積分を行い, 連立 1 次方程式に変換する. 最終的に解くべき連立 1 次方程式は, 次のようになる.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{S}_1 & -\mathbf{D}_1 & \mathbf{M}_1 & -(\mathbf{I}/2+\mathbf{V}_1)\\ -\mathbf{S}_2 & \mathbf{D}_2 & -\mathbf{M}_2 & -(\mathbf{I}/2-\mathbf{V}_2)\\ \partial\mathbf{S}_1 & -\partial\mathbf{D}_1 & -(\mathbf{I}/2-\partial\mathbf{M}_1) & \partial\mathbf{V}_1\\ \partial\mathbf{S}_2 & \partial\mathbf{D}_2 & -(\mathbf{I}/2+\partial\mathbf{M}_2) & \partial\mathbf{V}_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{V}_n u\\ \mathbf{M}_n u\\ \partial_n u\\ u\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}u_p\\ 0\\ \partial u_p\\ 0\end{Bmatrix} \tag{10}$$

上式を数値的に解くことにより, 境界 ∂D 上での物理量, すなわち, たわみ, たわみ角, 曲げモーメント, 等価せん断力を得ることができる. さらに, 領域 D_1 における, 各物理量は式(2), (4)に示す. 領域 D_1 に対する積分方程式に得られた ∂D 上での各物理量を代入することによって求められる.

参考文献

1) KITAHARA MICHIHIRO : APPLICATIONS OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATION METHODS TO EIGENVALUE PROBLEMS OF ELASTODYNAMICS AND THIN, 京都大学学位論文, pp207～231, 1984

2) 川上哲太朗 : 欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究, 第 55 回年次学術講演会講演概要集, I—402, 2002