

複数欠陥を有する平板の波動散乱問題の解析

東海大学大学院 学生会員 小倉 洋一
東海大学海洋学部 正 会 員 川上哲太郎

1. はじめに

薄肉の鋼製部材等に存在するクラックや腐食などの欠陥により、構造物が繰り返し荷重や地震などの予想外の荷重を受けた際、その構造系全体が致命的な損傷を被る可能性がある。

これまで著者らは、非破壊検査の1つの手法として、構造部材に振動を与え、その振動特性の変化より欠陥の検知を行う振動法を考え、その理論的評価の確立を目的として、単一の欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題を境界要素法により解析を行ってきた^{1),2)}。

本研究ではこれまでの研究成果を踏まえ、より実際問題への適用を考慮して、複数の欠陥を有する薄肉平板の波動散乱特性の解明を目的として、境界要素法による解析を行った。

2. 問題の設定および数値解析法

問題の設定として、図1に示すような無限平板内に任意形状の2つの欠陥が存在する領域を定義する。 D_+ は平板内部の無限領域、 D_{1-} 、 D_{2-} は平板外部（欠陥）領域、 $\partial D_{1,2}$ は平板内に存在する欠陥の各境界である自由境界、 s は $\partial D_{1,2}$ の弧長、 X は D_+ 内の点、 y は $\partial D_{1,2}$ 上のいずれかの点、 n および S は、 $\partial D_{1,2}$ 上いずれかの点での単位法線ベクトルおよび単位接線ベクトルを表す。

次に、領域 D_+ の任意点に時間因子 $e^{-i\omega t}$ （ ω ：角振動数）で調和振動する点振源を考える。このとき、同様に時間因子 $e^{-i\omega t}$ で調和振動する薄肉平板の運動方程式は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) &= p(\mathbf{X})/D \\ \lambda^4 &= \omega^2 \rho h / D, \quad D = Eh^3/12(1-\nu^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 Δ ：ラプラシアン、 $u(\mathbf{X})$ ：たわみ、 $p(\mathbf{X})$ ：荷重、 ρ ：密度、 h ：厚さ、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比を各々表す。

図1に示すようなモデルに対して自由境界 $\partial D_{1,2}$ における境界条件、すなわち曲げモーメント及びせん断力が0を考慮すれば、Greenの外部問題におけるたわみに関する積分方程式及び境界積分方程式は次のように表される。

$$-\int_{D_+} U(X, Y; \lambda) \frac{p(Y)}{D} dA_Y - \int_{\partial D_1 + \partial D_2} \left[-\{M_{ny} U(X, Y; \lambda)\} \{\partial_n u(y)\} + \{V_{ny} U(X, Y; \lambda)\} \{u(y)\} \right] ds$$

$$= -u_p(X) - [M(\partial_n u)](X) + [V(u)](X) = \begin{cases} u(X) & X \in D_+ \\ 1/2 u(x) & X = x \in \partial D_1 + \partial D_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$= -u_p(X) - [M(\partial_n u)](X) + [V(u)](X) = \begin{cases} u(X) & X \in D_+ \\ 1/2 u(x) & X = x \in \partial D_1 + \partial D_2 \end{cases} \quad (3)$$

同様にGreenの外部問題におけるたわみ角に関する積分方程式及び境界積分方程式は次式のようにになる。

$$-\partial_n u_p(X) - [\partial_n M(\partial_n u)](X) + [\partial_n V(u)](X) = \begin{cases} \partial_n u(X) & X \in D_+ \\ 1/2 (\partial_n u)(x) & X = x \in \partial D_1 + \partial D_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$-\partial_n u_p(X) - [\partial_n M(\partial_n u)](X) + [\partial_n V(u)](X) = \begin{cases} \partial_n u(X) & X \in D_+ \\ 1/2 (\partial_n u)(x) & X = x \in \partial D_1 + \partial D_2 \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 M_n 及び V_n は曲げモーメント及びせん断力に関する演算子であり、 U は基本解である。基本解 U は第一種0次ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ を用いて具体的に次式のように表される。

$$U(X, Y; \lambda) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)], \quad r = |\mathbf{X} - \mathbf{Y}| \quad (6)$$

次に式(3)、(5)の境界積分方程式を解くために、境界を離散化し数値積分を行い連立一次方程式に変換する。最終的に解くべき連立一次方程式は、次のように表される。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{M} & (\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}) \\ -(-\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}) & \partial_n \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial_n \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \partial_n \mathbf{u}_p \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は単位行列を表す。この連立一次方程式を数値的に解くことにより境界上での物理量、すなわちたわみ及びたわみ角が求められる。さらに、平板内部領域 D_+ におけるたわみ及びたわみ角は、求められた境界上の値を式(2)、(4)に代入することにより得ることができる。

3. 数値解析結果

数値解析例として、図2に示すような2つの楕円孔を有する無限平板を考える。荷重としては、平板内の任意の位置に調和振動する点荷重を置く。また、平板の物性値は $E=200\text{kN/mm}^2$, $\nu=0.25$, $\rho=7.85\text{t/m}^3$, $h=1.0\text{mm}$ と設定した。

図3(a)～(d)に、円孔と扁平な楕円孔を有する平板の孔周辺におけるたわみの応答倍率分布を示す。図3(a)、(b)より、欠陥形状が円形および楕円形であっても、欠陥の後方に応答倍率の低い領域が明確に発生することが確認できる。また、図3(c)では、欠陥と欠陥の間に応答倍率の高い領域が現れている。図3(d)では、欠陥前後で応答倍率の差が明確に現れていないことがわかる。

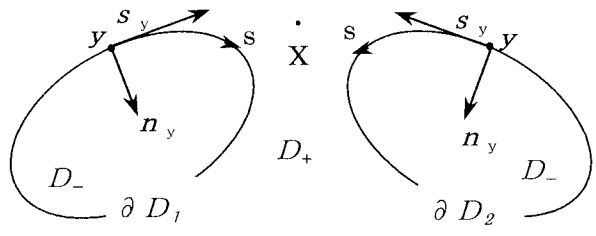


図1 領域、単位法線ベクトル等の定義

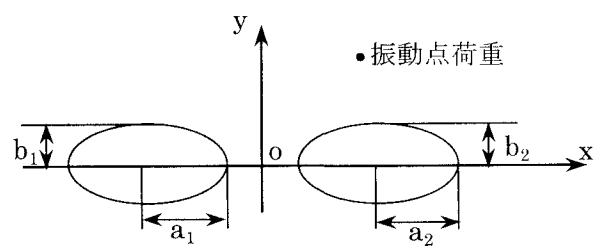


図2 楕円形欠陥解析モデル

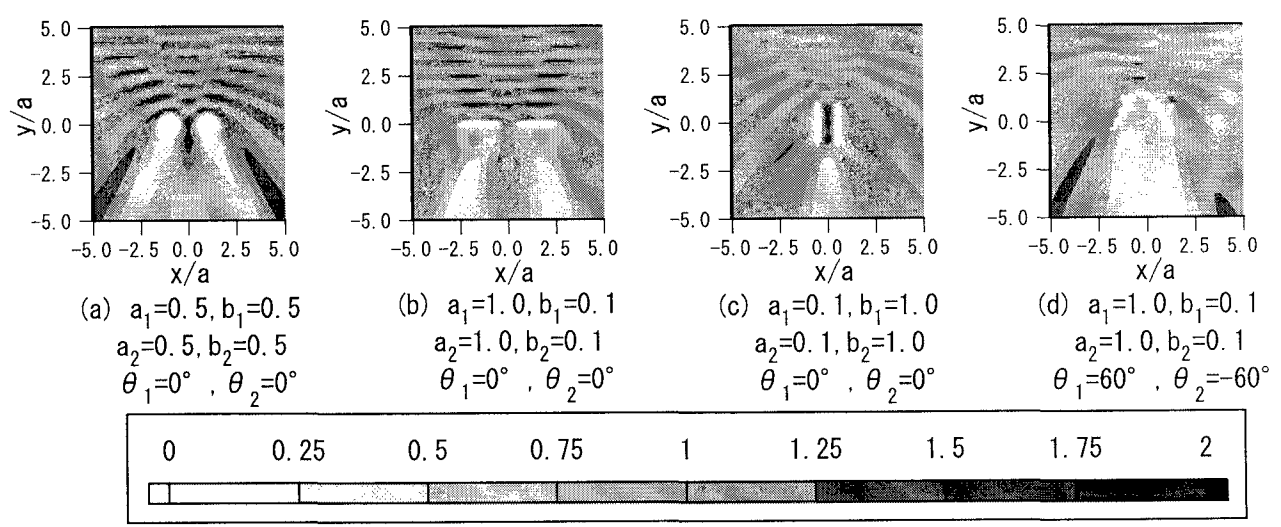


図3 欠陥周辺におけるたわみの応答倍率 ($|u|/|u^i|$) 分布 ($\omega=10.0(\text{rad/s})$)

参考文献

- 1) 川上哲太朗：欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究，第55回年次学術講演会講演概要集，I-A042，2000年
- 2) 藤田覚，小倉洋一，川上哲太朗：薄肉平板内欠陥検知のための動的応答解析手法に関する基礎的研究，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，I-42，pp97-98，2001年