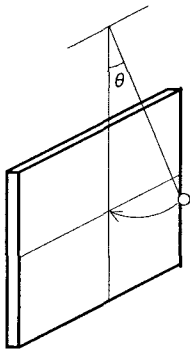


鋼球の衝突を受ける板の衝撃応答の発生メカニズムと曲げ波の伝播特性

大同工業大学 都市環境デザイン学科 正員 ○近藤八重 正員 水澤富作

1. はじめに 衝突荷重を受ける平板の衝撃応答特性を把握することは、板内部を伝播する曲げ波の伝播特性や動的応答に係わる衝撃音の発生メカニズムを知る上で、重要な課題である。また、衝突応答の発生はわずか数十μ秒の波動伝播を含み、実験的にそのメカニズムを捉えることは困難になるため、そのメカニズムを解明するためには、曲げ波の伝播を考慮した動的応答解析の適用が必要と思われる。

本研究では、Hertz の衝突理論とモーダルアナリシス法を用い、図・1 に示す鋼球の衝突荷重を受ける Steel 板 ($E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/cm}^3$, $\nu = 0.3$) の動的応答解析を行い、曲げ波の伝播特性に与える衝撃荷重の大きさ、衝突速度および板厚などの影響について検討し、衝突音の発生に関わる衝突応答の発生メカニズムについて明らかにすることを目的とする。



図・1 解析対象モデル

2. 式の定式化 ここでは、Mindlin 板理論と固有モード展開法を用いて、定式化を行う¹⁾。面外荷重を受ける Mindlin 板の減衰を考慮した運動方程式は、一般化座標 $T_{mn}(t)$ を用いて次式で与えられる。

$$d^2 T_{mn}(t)/dt^2 + 2h_{mn}\omega_{mn} dT_{mn}(t)/dt + \omega_{mn}^2 T_{mn}(t) = Q_{mn}(t) \quad \cdots(1)$$

ここで、 ω_{mn} は円振動数である。変位と速度がゼロの初期条件より、固有モード展開法を用いれば、解は次式で与えられる。 $T_{mn}(t) = (1/\omega'_{mn}) \int_0^t Q_{mn}(\tau) e^{-\omega_{mn} h_{mn}(t-\tau)} \cdot \sin \omega'_{mn}(t-\tau) d\tau \quad \cdots(2)$

ここで、 $\omega'_{mn} = \omega_{mn} \sqrt{1 - h_{mn}^2}$ 、 h_{mn} は減衰定数であり、また $Q_{mn}(t)$ はノルム J_{mn} を用いて次式で表される。

$$Q_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^b q \cdot W_{mn} dx dy / J_{mn} \quad \cdots(3) \quad J_{mn} = \int_0^a \int_0^b \rho h (W_{mn})^2 dx dy \quad \cdots(4)$$

で表され、 $q = \bar{q}(x, y) F(t)$ である。ただし、 ρ は密度、 h は板厚である。

次に Hertz の衝突理論²⁾ より、球と平板の間に働く最大接触力 $F_{\max}$ は、次式で与えられる。

$$F_{\max} = 1.143 m_o^{3/5} k^{2/5} v_o^{6/5} \cdots (6)$$

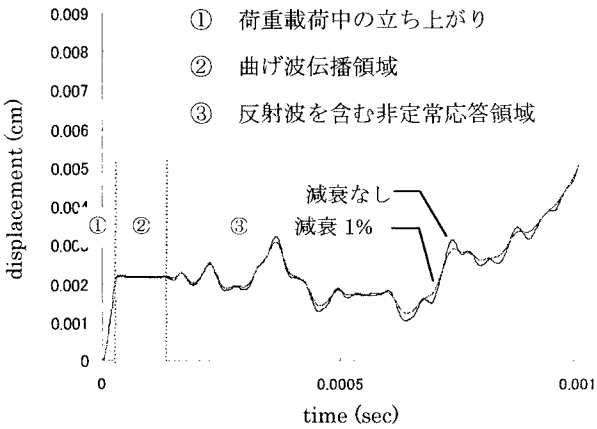
ここで、 m_o は球の質量、 v_o は衝突速度、 $k = 4\sqrt{R/3} \{ (1-\nu_o^2)/E_o + (1-\nu_1^2)/E_1 \}$ である。ただし、 R は球の半径、 E_o は球の弾性係数、 ν_o は球のポアソン比、 E_1 は平板の弾性係数、 ν_1 は平板のポアソン比である。また、衝突の持続時間すなわち球と平板の接触時間 t_o は次式で与えられる。 $t_o = 3.218 m_o^{2/5} k^{-2/5} v_o^{-1/5} \cdots (7)$

表 - 1 解析条件

鋼球半径 (R) cm	鋼球質量 (m _o) × 10 ⁻³ kg	衝突速度 (v _o) cm/sec	接触荷重 (F _{max}) kgf	接触時間 (t _o) μ sec
0.5	4.110	44.784	16.88	40.890
		88.802	38.38	35.658
		131.30	61.36	32.975
		171.55	84.58	31.258

3. 数値計算例および考察 解析の対象とするモデルは、1 辺 20cm 厚さ 0.1cm、0.2cm、0.4cm の周辺単純支持された正方形 Steel 板とする。接触力は、Hertz の理論から求め、正弦パルスで仮定する。鋼球の衝突速度、衝撃荷重の大きさおよび接触時間を表・1 に示す。

3. 1 衝撃応答の発生メカニズムと接触時間の影響
図・2 には、板中央点に衝撃荷重 (38.38kgf) を受ける 0.2cm 板厚の荷重載荷直後の変位応答図を示す。これより、衝撃応答の発生メカニズムは、①荷重載荷を受ける立ち上がり領域②曲げ波の伝播領域③反射波を含む非定常応答領域と④定常応答領域の 4 つの領域に分けられる。また、変位応答に与える減衰の影響を見るため、減衰率 1%と減衰なしの場合で比較を行った。



図・2 減衰を考慮した変位応答図 ;板サイズ 20×20×0.2cm, v_o=88.8cm/sec, Δt=1 μ sec

これより、変位、速度および加速度応答の初期応答である①,②,③の領域では、減衰の影響はさほど大きく見られない。したがって、以下の数値計算では、減衰の影響は無視する。次に、板厚を 0.2cm の steel 板を用い、荷重は板中央点に載荷させ、表-1 に示す 4 段階の鋼球衝突速度で荷重を接触させてみたが、曲げ波の伝播①,②)に与える接触時間の相違には、さほど影響しないことが示された。また、鋼球の衝突速度一定下で、鋼球半径を 0.25cm, 0.5cm, 1.0cm と変化させた場合も検討してみた。その結果、鋼球半径を小さくすると高次の振動数を含む細かい波形が見られるが、板の初期応答の周期には、さほど影響は見られないことを確認している。

3. 2 初期応答と曲げ波の伝播に与える板厚の影響

板厚を 0.1cm, 0.2cm, 0.4cm と変化させた変位応答図が図-3 に示してある。また、各板厚の振動数の値を表-2 に示す。これより、板厚と振動数は比例関係にある。また、立ち上がり領域①)における相違は、さほど見られないが、板厚が薄くなると、曲げ波の伝播領域②)が若干長いようと思われる。この理由として、曲げ波の伝播速度(位相速度) C_B は、 ω と h に比例するあるためと考えられる。ただし、 ω は円振動数であり、 h は板厚を表す。

図-4 は、各板厚における、時刻 $30\mu\text{sec}$ での位相面図を示す。これより、板厚が薄いほど波数が多くなることが分かる。これは、曲げ波の伝播速度と関係しており、曲げ波伝播速度 C_B は、 $C_B = (D\omega^2/\rho h)^{1/4}$ で与えられ、また C_B と波数 k の関係 $C_B = \omega/k$ の 2 つの式からこの関係を導くことができる。ここで、 D は板の曲げ剛性を示す。

3. 3 振動特性から見た音響特性 図-5 は、解析結果の速度応答の値 v から求めた音圧の結果を示す。ここで、音圧 p は、 $p = \rho c v$ を用いて計算している。ただし、 c は空気中の音速 (24°C) である。また、比較のため周辺自由板の衝突実験より得られた衝突音の結果も示してある。これより、支持条件の相違はあるが、初期応答①,②)の範囲内であれば、解析結果は実験結果とよく一致した波形を示していることが分かる。この結果より、板の速度応答は、パルス音圧と強い相関性があることが読み取れる。

4. まとめ 本研究結果をまとめると以下のとおりである。1) 衝突荷重を受ける板の初期応答の波形は、波動伝播が支配的になるため、衝突体の接触時間や接触力にさほど影響を受けない。2) 曲げ波の伝播は、板の材料特性値および板厚に強く依存する。3) 板の振動特性と音響特性には強い相関性があり、応答特性は、衝突音の発生メカニズムを知る一つの指標になりえると考えられる。

参考文献 1)近藤他；土木学会中部支部 研究発表会講演概要集 29～

30(2000) 2)S.TIMOSHENKO 工業振動学,東京図書(1978)

なお、本研究は、科研費(基礎研究 C)と本学研究援助金の補助を受けている。

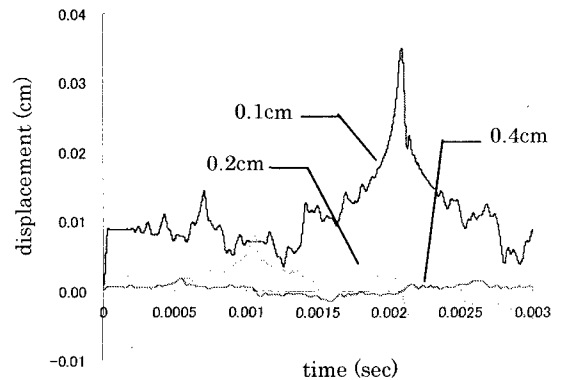


図-3 曲げ波の伝播に与える板厚の影響；
 $v_0=88.8\text{cm/sec}$, $\Delta t=1\mu\text{sec}$

表-2 steel 板の振動数 (Hz)

Hz	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
cm	(1,1)	(1,2)	(2,1)	(2,2)	(1,3)	(3,1)
$20 \times 20 \times 0.1$	121.7	304.3	304.3	486.9	608.6	608.6
$20 \times 20 \times 0.2$	243.4	608.3	608.3	972.9	1215.8	1215.8
$20 \times 20 \times 0.4$	486.5	1214.1	1214.1	1939.2	2421.3	2421.3

(i,j)は、x 方向 y 方向のモード次数を示す。

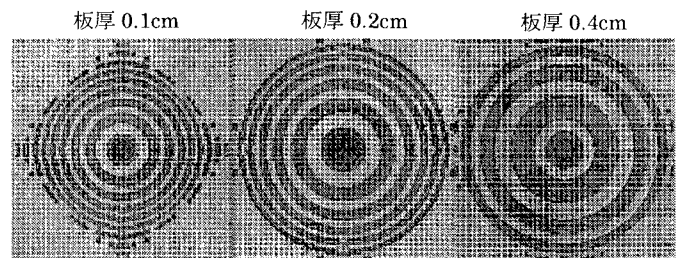


図-4 各板厚における時刻 $30\mu\text{sec}$ での位相面図；
 $v_0=88.8\text{cm/sec}$, $\Delta t=1\mu\text{sec}$

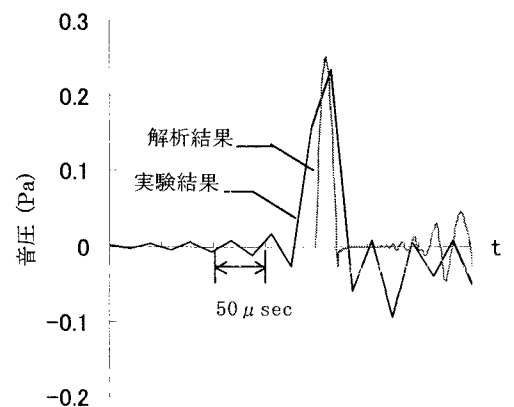


図-5 解析結果と実験結果の音圧比較
；板サイズ $20 \times 20 \times 0.22\text{cm}$, $R=0.25\text{cm}$
 $v_0=44.8\text{cm/sec}$, 室温 24°C