

地震動応答スペクトルの不確定性に関する基礎的検討

岐阜大学大学院

○加藤寛士

岐阜大学工学部 正会員

杉戸真太・能島暢呂

1. はじめに

一般的に重要構造物の耐震性照査においては、動的解析で応答スペクトルが用いられることがあり、その場合設計応答スペクトルに対応する時刻歴地震動波形が作成されることが多い。ここで、応答スペクトル値のばらつきを考慮する場合に、それが周波数軸上で完全相関として扱われることが多々ある。そのため、作成される設計地震動のばらつきは過大に評価され、与えられたばらつきを正しく反映したものとはなっていないと考えられる。

そこで応答スペクトル値の周波数軸上でのばらつきの相関を実地震動データにより検証し、不確定性を考慮に入れた設計スペクトルの規定法、それに対応する時刻歴波形算定法についての基礎的検討を行った。

2. 工学的基盤における地震動データベース¹⁾

地震動データベースには、国内の主要な強震記録 118 成分に対して FDEL²⁾を用いて S 波速度で 500~600m/sec 程度の岩質層の上面、いわゆる工学的基盤上に相当するデータに変換したものを使用した。地震動データのマグニチュード M 、震源距離 R (km) の分布を Fig.1 に、最大加速度の分布を Fig.2 に示す。

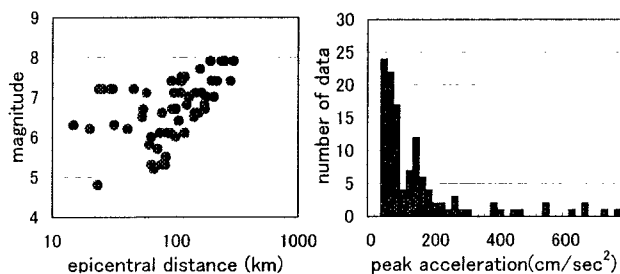
Fig.1 M , R (km) の分布

Fig.2 最大加速度の分布

3. 加速度応答スペクトルの距離減衰式

上記の 118 成分の地震動データを用いて、加速度応答スペクトルの距離減衰式を算出した。この際、固有周波数 f (Hz)、減衰定数 h ($=5\%$) に対する応答スペクトルを算出し、マグニチュード M 、震源距離 R (km) に対する回帰分析を行った。固有周波数は $f=0.13\sim10.03$ (Hz) における 166 成分 ($\Delta f=0.06$ Hz) とした。 M 、 R に対する加速度応答スペクトルの期待値 $\bar{S}_A(f, h)$ の推定式は以下の通りである。

$$\log \bar{S}_A(f, h) = b_0(f, h) + b_1(f, h)M - b_2(f, h)\log(R) \quad (1)$$

ここで $b_0(f, h)$ 、 $b_1(f, h)$ 、 $b_2(f, h)$ は固有周波数 f (Hz)、減衰定数 h ごとに定まる回帰係数である。Fig.3 に回帰係数を、Fig.4 にデータの平均値まわりでの変動係数を示す。

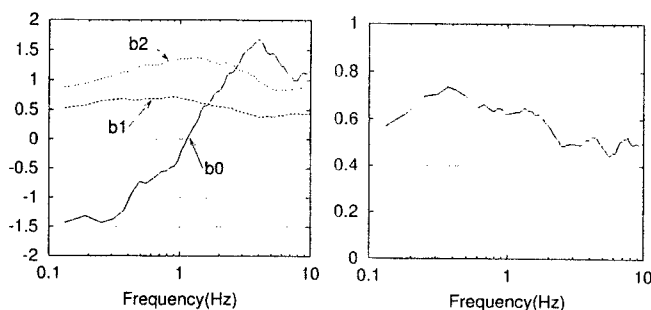


Fig.3 回帰係数

Fig.4 変動係数

4. ばらつきの相関を考慮した応答スペクトルのシミュレーション³⁾

(1) 相関係数行列

118 成分の地震動データより得られる加速度応答スペクトル $S_A(f)$ と期待値 $\bar{S}_A(f)$ より $\log S_A(f)/\bar{S}_A(f)$ の値を算出し、それらの周波数領域における相関関係を求めた。固有周波数 f_i と f_j 間の相関係数 $\rho_{f_i f_j}$ は次のように表される。

$$\rho_{f_i f_j} = \frac{\sum (U(f_i) - \bar{U}(f_i))(U(f_j) - \bar{U}(f_j))}{\sigma(f_i)\sigma(f_j)} \quad (2)$$

$$U(f) = \log S_A(f)/\bar{S}_A(f) \quad (f=0.13\sim10.03 \text{ (Hz)})$$

ここで $\bar{U}(f)$ は $U(f)$ の平均値、 $\sigma(f)$ はデータの周波数毎の標準偏差である。よって相関係数行列 P は、

$$P = \begin{pmatrix} \rho_{f_1 f_1} & \rho_{f_1 f_2} & \cdots & \rho_{f_1 f_n} \\ \rho_{f_2 f_1} & \rho_{f_2 f_2} & \cdots & \rho_{f_2 f_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{f_n f_1} & \rho_{f_n f_2} & \cdots & \rho_{f_n f_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{f_1 f_2} & \cdots & \rho_{f_1 f_n} \\ \rho_{f_2 f_1} & 1 & \cdots & \rho_{f_2 f_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{f_n f_1} & \rho_{f_n f_2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

となる。Fig.5 に求めた相関係数行列 P を示す。

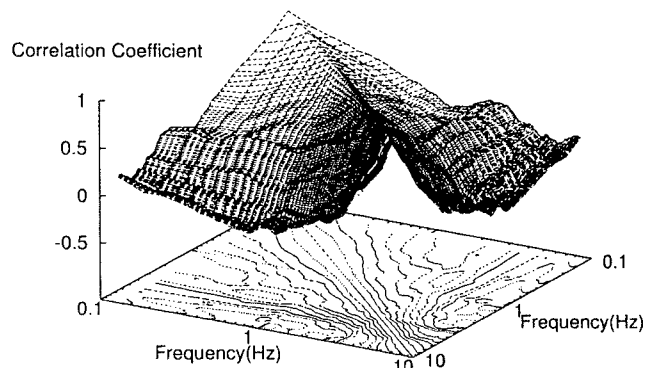


Fig.5 相関係数行列

(2) サンプルスペクトルの作成

マグニチュード M 、震源距離 R に対する応答スペクトルの期待値にばらつきを与えることにより、サンプルスペクトル

を作成した。ここで期待値を $\bar{S}_A$ と置く。

$$\bar{S}_A^* = [\bar{S}_A(f_1)\bar{S}_A(f_2)\cdots\bar{S}_A(f_n)]^T \quad (4)$$

また平均 0 の正規乱数を Z^0 とする。

$$Z^0 = [z_1^0 z_2^0 \cdots z_n^0]^T \quad (5)$$

肩付きの T は転置行列を意味する。

無相関乱数によるサンプルスペクトル

正規乱数を発生させ、サンプルスペクトルを算定する。サンプルスペクトル Y_1 は、期待値 $\bar{S}_A^*$ 、乱数 Z^0 と回帰分析より得られた標準偏差 $\sigma(f)$ を使うことにより、 X_1 の指数として次のように表現できる。

$$Y_1 = 10^{X_1} \bar{S}_A^* \quad (6)$$

$$X_1 = \begin{pmatrix} \sigma(f_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma(f_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma(f_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1^0 \\ z_2^0 \\ \vdots \\ z_n^0 \end{pmatrix}$$

相関乱数によるサンプルスペクトル

Fig.5 に示される周波数領域における相関関係を考慮した乱数を発生させサンプルスペクトルを算定する。一般に、相関係数行列 P は次のように Cholesky 分解できる。

$$P = LL^T \quad (7)$$

L は下三角行列で、肩付きの T は転置行列を意味する。このとき相関乱数を次のようにして得る。

$$X^0 = [x_1^0 x_2^0 \cdots x_n^0]^T = LZ^0 \quad (8)$$

同様に、サンプルスペクトル Y_2 は、期待値 $\bar{S}_A^*$ 、相関乱数 X^0 と回帰分析より得られた標準偏差 $\sigma(f)$ を使うことにより、 X_2 の指数として次のように表現できる。

$$Y_2 = 10^{X_2} \bar{S}_A^* \quad (9)$$

$$X_2 = \begin{pmatrix} \sigma(f_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma(f_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma(f_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \vdots \\ x_n^0 \end{pmatrix}$$

Fig.6 にサンプルスペクトル Y_1, Y_2 の例を挙げる。

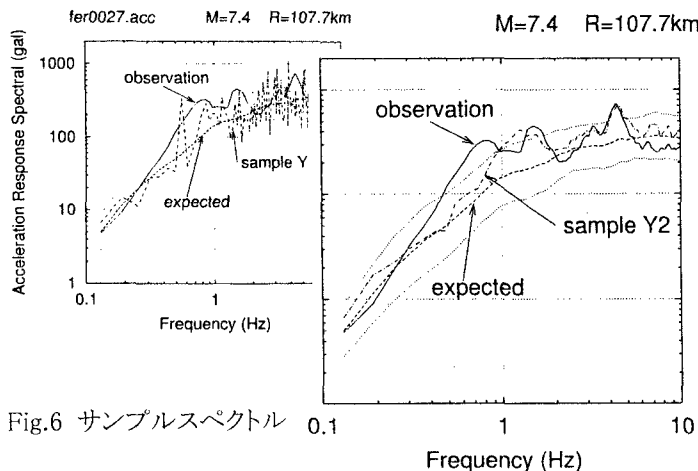


Fig.6 サンプルスペクトル

5. 距離減衰式まわりの工学的特性

地震動データより得られる加速度応答スペクトル $S_A(f)$ と、距離減衰式より算出した M, R (km)に対する加速度応答

スペクトルの期待値 $\bar{S}_A(f)$ との比較を行った。 $S_A(f)$ と期待値 $\bar{S}_A(f)$ とを比較した場合、期待値を基準として考えると、明らかに $S_A(f)$ のばらつきには偏りが見られる。そこで、周波数領域を低周波数領域 L (0.13~1.03(Hz)), 中周波数領域 M (1.03~4.99), 高周波数領域 H (4.99~10.03)と分割し、

$$D_k = \frac{1}{f_j - f_i} \int_{f_i}^{f_j} \log S_A(f) / \bar{S}_A(f) df \quad (k = L, M, H) \quad (9)$$

(但し、 $k=L$ のとき $f_i=0.13, f_j=1.03, k=M$ のとき $f_i=1.03, f_j=4.99, k=H$ のとき $f_i=4.99, f_j=10.03$)

の値を算出した。そして、この D_j の値からそれぞれの周波数領域における偏りの程度を次の3種類の指標を用いて判別した。

A: -0.1 以下, B: -0.1~+0.1, C: +0.1 以上

この様にして地震動データ毎に D_j の値の判別を行い、それらを低周波数領域から順に並べると、応答スペクトルは27通りに分類できる。また同様に、サンプルスペクトル Y_1, Y_2 の分類も行った。(Fig.6)

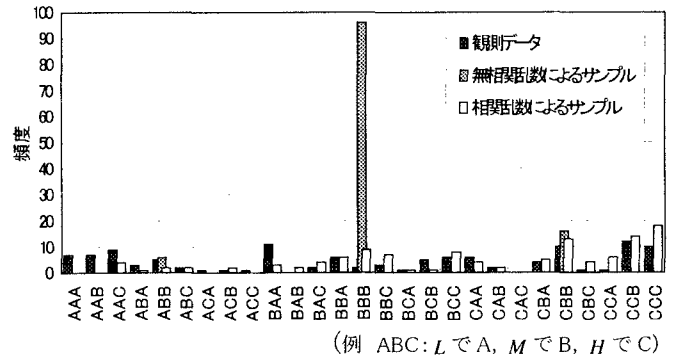


Fig.6 加速度応答スペクトルの分類

この結果より、周波数領域で独立してばらつきを与えても、平均すると期待値 $\bar{S}_A(f)$ に相当するサンプルしか得られない。しかし相関関係を考慮してばらつきを与えた場合、得られるサンプルは、実際の観測記録と同様に期待値に対して偏りを持ったばらつきとなる。

6. まとめ

応答スペクトルの推定式による期待値に対し、乱数を用いたサンプルスペクトルを作成する場合、周波数毎に独立として扱うと実際の記録に見られるような相関を持ったスペクトル特性とはならず、ここで試みたようなばらつきの周波数軸上の相関を考慮する必要があることが明らかとなった。

《参考文献》

- 1) M. Sugito, Y. Furumoto, T. Sugiyama: Strong Motion Prediction on Rock Surface by Superposed Evolutionary Spectra, 12WCEE, 2000.2 in Auckland, New Zealand (CD-ROM)
- 2) 杉戸真太, 合田尚義, 増田民夫: 周波数依存性を考慮した等価ひずみによる地盤の応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No.493/II-27, pp.49-58, 1994.
- 3) K. Ishii, T. Okumura, M. Suzuki: Earthquake Ground Motion Consistent with Probabilistic Hazard Analysis, 5-th International Conference on Structural Safety and Reliability 1989.8