

異種関数を情報とした 1VNME 分布と降水量の頻度分析

信州大学工学部 正会員 寒川 典昭
信州大学大学院 ○増田 俊宏

1. はじめに

従来、1VNME 分布(1-Variate Nonstationary Maximum Entropy Distribution)を提案し、統計モーメントを情報としてその有効性を検討してきた^{1), 2), 3)}。しかし、これでは多くの情報を必要とし、確率降水量が安定しない。そこで、本研究では統計モーメントと指数関数の期待値を情報とした 1VNME 分布を新たに開発し、実データへ適用した。この研究を行う中で、指数関数情報を 1VNME 分布に加えることが特徴であり、MEP(Maximum Entropy Principle)により得られた母集団の分布形を、ヒストグラムと対応させその適合性を検討し、非定常な確率降水量を算定し、そのばらつきを安定させると共に、経年変化についても検討するものである。

2. 理論式

時間 t に依存した確率変数を $x(t)$ 、その確率密度関数を $p(x(t))$ とする。確率密度関数の具備すべき条件と、統計モーメントと指数関数情報の期待値を制約条件とすると、1VNME 分布は次式で表される。

$$p(x(t)) = \exp\{-\lambda_0 - \lambda_1 x(t)^m - \lambda_2 \exp^{-nx(t)/M}\}$$
 (1)

ここに、 $\lambda_i(t)$ はラグランジュの未定乗数である。また、経験上 $m=1\sim4$ 、 $n=1\sim4$ の整数を採用した。

3. 実データへの適用

実データとして、長野県内の 3 つの気象官署である長野《1889 年～1998 年の 110 年間》、松本《1898 年～1998 年の 101 年間》、軽井沢《1926 年～1998 年の 73 年間》の月、年降水量を用いた⁴⁾。

移動部分標本の長さは 31 個(松本($t=1\sim71$))とした。31 個としたのは、確率降水量の安定性と定常性が仮定できることの 2 つの条件からである。

ヒストグラムと 1VNME 分布の適合度を計る尺度として以下の条件を構築する。

- i) ヒストグラムに対する全体的な形状の適合
- ii) 分布形の裾の部分の適合

iii)
$$\Delta L = \sum_i \sqrt{\sum_j \{p(x_i) - h(x_i)\}^2}$$
 (2)

ここで、 $p(x_i)$ は i 番目の確率密度関数の高さ、 $h(x_i)$ は i 番目のヒストグラムの高さ、 j は移動部分標本の番号である。この ΔL の最小値をとるものを適合度が高いものとした。

4. 1VNME 分布の算定と適合度の検討

ここでは、与える情報として $m=1\sim4$ 、 $n=1\sim4$ を用いて 1VNME 分布を算定した。ヒストグラムと 1VNME 分布の適合の例として松本 7 月を図-1～3 に示す。 (m, n) の組み合わせ 16 ケースの中で最も適合度が高く、有効的な分布は表-1 より $(m, n)=(1, 3)$ の時であり、図に示してあるものは、その中でも適合度が高かったものである。形状の変化は、7 月の平均降水量は 131.83

mm で $t=35$ では確率密度関数のピークが 100mm 付近で形状は左に寄っており、尖ってきている。また、

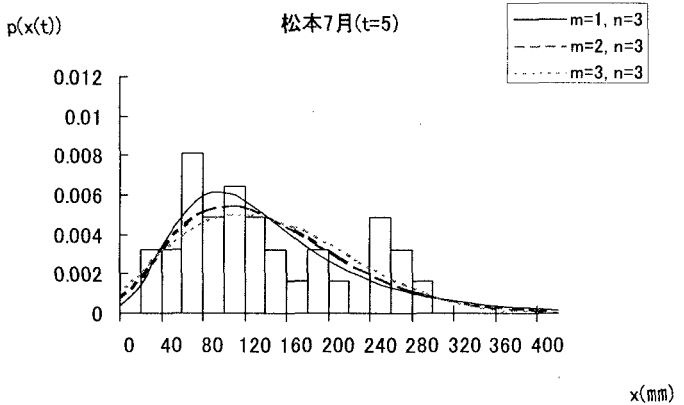


図-1 松本 7 月($t=5$)

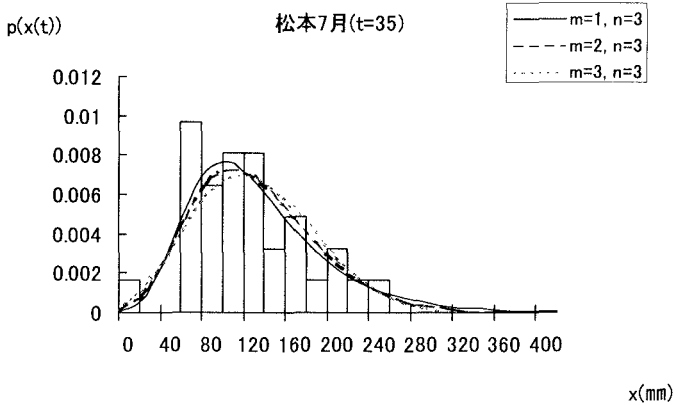


図-2 松本 7 月($t=35$)

図-3に示してある $t=64$ では、図-1と同じような形状を示している。これは降水量が一旦集中し、その後分散しているということである。また、右裾部分も図-3より適合していることが判断できる。

5. 非定常な確率水文量の算定

まず、一般に利水計画では、5, 10, 20, 30年に一度の渇水が対象とされるため、非超過確率年を $T=5, 10, 20, 30$ 年として非定常な確率水文量 $x_t(\text{mm})$ を算定し、その経年変化を検討する。ここで、渇水の生起する可能性の高い夏季の降水量として、松本7月に着目し検討する。図-4に上述した適合度の高い $(m, n)=(1, 3)$ の松本7月の $T=30$ 年確率水文量の経年変化を示す。7月は、表-2より確率水文量が増加傾向にある。これは、松本7月における渇水の危険度が減少傾向にあるということである。また、確率水文量のばらつきは、比較的抑えられていることが判断できる。

6. あとがき

本研究では、月、年降水量を用いて新たに1VNME分布を開発し、実データを用いて1VNME分布を算定し、非定常な確率水文量を計算した。得られた1VNME分布はヒストグラムにほぼ適合しており、その形状は時系列的に変化している。確率水文量は経年変化を示すことがわかった。また、指数関数情報を加えることにより確率水文量のばらつきが抑えられていることがわかった。本研究の非定常な確率水文量で議論すれば、計画の規模が経年的に変化していることが明示でき、いつの時点までの渇水に確率水文量の立場で対処するかが決定されれば非超過確率水文量の場合には、その時点までの確率水文量の最小値であるものを用いて利水計画を立案することができる。今後は、2変数、多変数、条件付きME分布などを用いて非定常頻度分析を行い、最適な任意関数 $g_r(x(t))$ を見つけ、これらの分布形の有効性を検討していきたいと考えている。

<参考文献>

- 1) 寒川、荒木：水文事象の頻度分析へのMEP導入について、土木学会論文集、第335号、pp.89-95、1983年。
- 2) 寒川：非定常な1変数最大エントロピー分布の提案、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、II-38、pp.249-250、1998年。
- 3) 寒川、西、山元：1VNME分布に与える情報量と降水量の頻度分析、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、II-50、pp.231-232、2000年。
- 4) 財団法人日本気象協会長野センター：長野県気象月報、1889年～1998年。

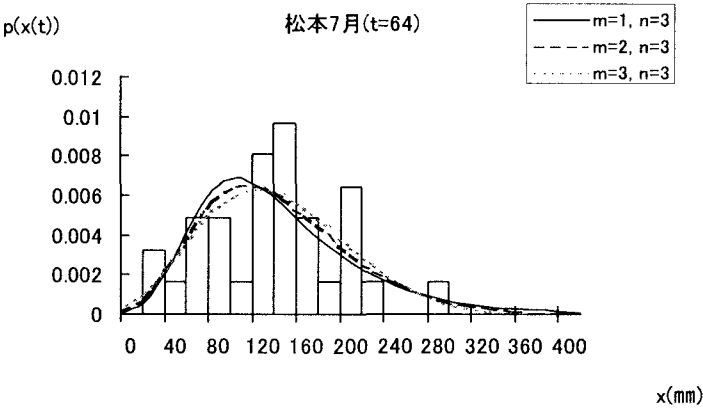


図-3 松本7月($t=64$)

表-1 ΔL の値

	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$m=1$	1.8640	1.8332	1.8007	1.8609
$m=2$	2.0259	1.8556	1.8013	1.8238
$m=3$	1.8482	1.8975	1.8641	1.8421
$m=4$	*	*	*	*

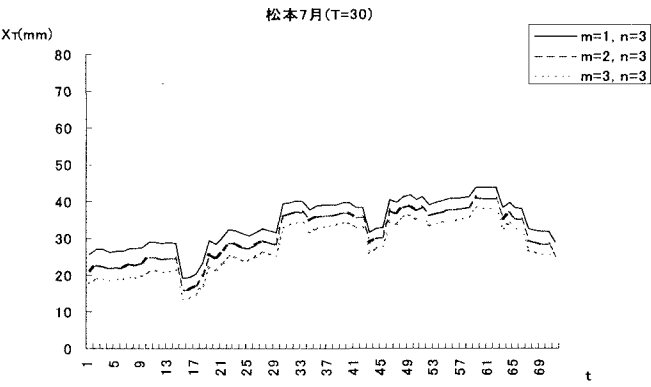


図-4 松本7月($T=30$)

表-2 確率水文量の傾き (単位: mm/年)

	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$m=1$	0.277	0.255	0.218	0.188
$m=2$	0.272	0.267	0.238	0.268
$m=3$	0.249	0.266	0.249	0.221
$m=4$	*	*	*	*