

## 薄肉平板内欠陥検知のための動的応答解析手法に関する基礎的研究

東海大学大学院 学生会員 藤田 寛

東海大学海洋学部 学生会員 小倉 洋一

東海大学海洋学部 正 会 員 川上哲太郎

### 1. はじめに

薄肉の鋼製部材等にクラックや腐食などによる欠陥が存在する場合、繰り返し荷重や地震などの予想外の荷重を受けた際、構造物の倒壊など致命的な損傷の一因となる可能性を有している。このような構造系の破壊を未然に防ぐためには、非破壊検査等により事前に部材内の欠陥の存在を検知し、適切な処置を施しておく必要がある。

そこで本研究では、非破壊検査の 1 つの手法として、構造部材に振動を与え、その振動特性より欠陥の検知を行う振動法を用いることを考え、その理論的評価の確立を目的として、欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題を境界要素法により解析を行った。

### 2. 境界要素法による数値解析手法<sup>1), 2)</sup>

時間因子  $e^{-i\omega t}$  ( $\omega$ : 角振動数) で調和振動する薄肉平板の運動方程式は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) &= p(\mathbf{X})/D \\ \lambda^4 &= \omega^2 \rho h / D, \quad D = Eh^3/12(1-\nu^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta$ : ラプラシアン、 $u(\mathbf{X})$ : たわみ、 $p(\mathbf{X})$ : 荷重、 $\rho$ : 密度、 $h$ : 厚さ、 $E$ : ヤング率、 $\nu$ : ポアソン比を各々表す。

次に、図 1 に示すような無限平板内に任意形状の欠陥が存在する領域を定義する。 $D_+$  は平板内部の無限領域、 $D_-$  は平板外部 (欠陥) 領域、 $\partial D$  は平板内に存在する欠陥の境界である自由境界、 $S$  は  $\partial D$  の弧長、 $X$  は  $D_+$  内の点、 $y$  は  $\partial D$  上の点、 $n$  は単位法線ベクトル、 $s$  は単位接線ベクトルを表す。

図 1 に示すようなモデルに対して、Green の外部問題におけるたわみに関する積分方程式及び境界積分方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & - \int_{D_+} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{p(\mathbf{Y})}{D} dA_Y \\ & - \int_{\partial D} \left[ U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \{ \mathbf{V}_n u(\mathbf{y}) \} + \{ \partial_n U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \mathbf{M}_n u(\mathbf{y}) \} - \{ \mathbf{M}_n U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \partial_n u(\mathbf{y}) \} + \{ \mathbf{V}_n U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ u(\mathbf{y}) \} \right] ds_y \end{aligned}$$

$$= -u_p(\mathbf{X}) - [S(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [D(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) - [M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [V(u)](\mathbf{X}) = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ 1/2 u(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \end{cases} \quad (2)$$

$$= -u_p(\mathbf{X}) - [S(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [D(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) - [M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [V(u)](\mathbf{X}) = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ 1/2 u(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \end{cases} \quad (3)$$

同様に Green の外部問題におけるたわみ角に関する積分方程式及び境界積分方程式は次式のようになる。

$$- \partial_n u_p(\mathbf{X}) - [\partial_n S(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [\partial_n D(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) - [\partial_n M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}} [\partial_n V(u)](\mathbf{X}) = \begin{cases} \partial_n u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ 1/2 (\partial_n u)(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{M}_n$  及び  $\mathbf{V}_n$  は曲げモーメント及びせん断力に関する演算子であり、 $U$  は基本解である。基本解  $U$  は第一種 0 次ハンケル関数  $H_0^{(1)}$  を用いて具体的に次式のように表される。

$$U(X, Y; \lambda) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)], \quad r = |\mathbf{X} - \mathbf{Y}| \quad (6)$$

自由境界  $\partial D$  上での境界条件は、曲げモーメント及びせん断力が 0 であることから次のように与えられる。

$$\mathbf{M}_n u(\mathbf{x}) = \mathbf{V}_n u(\mathbf{x}) = 0 \quad \mathbf{x} \in \partial D \quad (7)$$

次に式 (3), (5) の境界積分方程式を式 (7) の境界条件のもとに解くために、境界を離散化し数値積分を行い

連立一次方程式に変換する。最終的に解くべき連立一次方程式は、次のように表される。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{M} & (\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}) \\ -(-\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}) & \partial_n \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial_n \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \partial_n \mathbf{u}_p \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は単位行列を表す。この連立一次方程式を数値的に解くことにより境界上での物理量、すなわちたわみ及びたわみ角が求められる。さらに、平板内部領域  $D$  におけるたわみ及びたわみ角は、求められた境界上の値を式(2), (4)に代入することにより得ることができる。

### 3. 数値解析結果

数値解析例として、図2に示すような楕円孔を有する無限平板を考える。荷重としては、平板内の任意の位置に調和振動する点荷重を置く。また、平板の物性値は  $E=205.8\text{kN/mm}^2$ 、 $\nu=0.25$ 、 $\rho=7.85\text{t/m}^3$ 、 $h=1.0\text{mm}$ と設定した。

図3(a)～(c)に、扁平な楕円孔を有する平板の孔周辺におけるたわみの応答倍率分布を示す。これらの図は、楕円形の長径  $a$ 、短径  $b$ 、振動点荷重の位置( $\theta=90^\circ, 0^\circ$ )を変化させたときの応答倍率分布である。

これらの図より、振動点荷重位置と欠陥の大きさを変えることで、欠陥前方に応答倍率の高い領域、又、欠陥後方に応答倍率の低い領域が発生することがわかる。しかし、図3の(b), (c)のように、欠陥の大きさが小さすぎたり、入射波に対する投影面積が小さい場合、明瞭な判別は困難になることもわかる。

### 4. おわりに

本研究では、境界要素法を用いて、楕円形欠陥を有する薄肉平板の動的応答特性を把握することにより、基礎的な振動法による非破壊評価手法の理論的検証を試みた。今後は、クラックを有する薄肉平板に対する解析手法を開発し、振動法の非破壊評価手法としての適応性を考えていきたい。

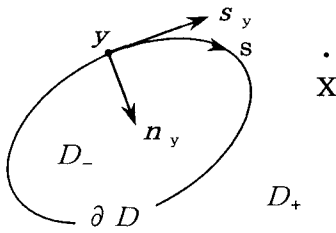


図1 領域、単位法線ベクトル等の定義

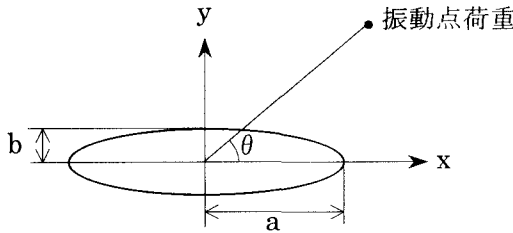


図2 楕円形欠陥解析モデル

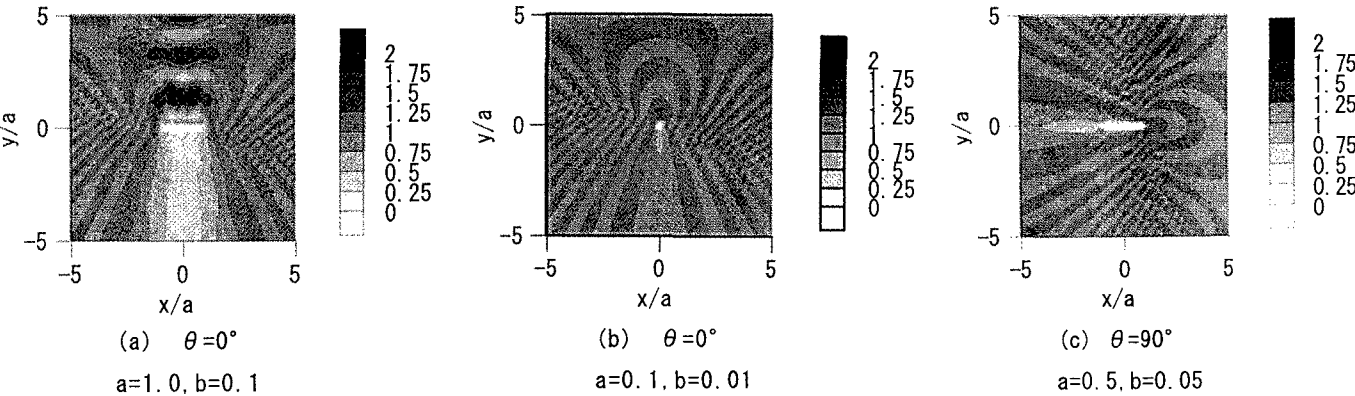


図3 欠陥周辺におけるたわみの応答倍率 ( $|u|/|u^i|$ ) 分布 ( $\omega=100.0(\text{rad/s})$ )

### 参考文献

- 1) KITAHARA MICHIIHIRO: APPLICATIONS OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATION METHOD TO EIGENVALUE PROBLEMS OF ELASTODYNAMICS AND THIN PLATES, 京都大学学位論文, pp. 207-231, 1984.
- 2) 川上哲太郎: 欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究、第55回年次学術講演会公演概要集、I-A042, 2000.