I－3

ウエーブレット変換を用いた材料パラメータ同定解析

信州大学大学院　　　　○内田　毅
信州大学工学部 正　員　　大上　俊之

1．はじめに

逆問題は，推定する原因の数と観測する結果の数，すなわち未知数と式の数の大小関係より，非適切な問題になることが多い．その対処法として最小二乗法的取り扱い，フィルタ理論を導入した手法など様々な解析方法が提案されている．本研究では，Doi らが提案している手法をもとに，逆問題におけるシステム方程式に対してウエーブレット変換を施し，ウエーブレット変換のデータ圧縮性を利用することによってシステム行列の近似逆行列を求めて，材料パラメータの同定解析を行うことを試みる．

2．逆解析モデル

ここでは，弾性問題に対する有限要素法の順解析によって得られる節点変位を観測データとして，観測データから逆に材料物性値を推定するパラメータ同定問題を逆解析モデルとする．この場合，逆問題のシステム方程式は，次の FEM の剛性方程式と観測境界条件式

$$KU = F \qquad \text{in} \quad \Omega \tag{1}$$

$$U = \overline{U} \qquad \text{on} \quad \partial\Omega \tag{2}$$

に対して，Newton 法を適用することにより k 回目の繰り返し計算ステップに対し

$$Gdx = R \tag{3}$$

$$G = \begin{bmatrix} K(P^k) & \left(\dfrac{\partial K}{\partial P} U^k\right) \\ S_u & 0 \end{bmatrix}, \quad dx = \begin{bmatrix} dU^k \\ dP^k \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} F^k - K(P^k)U^k \\ \overline{U} - S_u U^k \end{bmatrix}$$

となる．ここに，P は同定すべき未知パラメータであり，S_u は観測節点を選択するマトリックスである．

3．Wavelet 変換による近似逆行列

n 行 m 列マトリックス C に対するウエーブレット変換は，基底関数の線形変換によって得られるウエーブレットマトリックス W を用いて次のように与えられる．

$$C' = W_n \cdot C \cdot W_m{}^T \tag{4}$$

ここに，W_n の下添え字は n 行 n 列の大きさを示し，C'はウエーブレットスペクトラムである．一般に，ウエーブレットスペクトラムは 1 行 1 列の近傍に絶対値の大きい要素が分布する．これは，元のマトリックスの持つ情報がウエーブレット変換によって 1 行 1 列近傍に集約されることを表している．得られたウエーブレットスペクトラムに逆ウエーブレット変換を行うことによって以下のように元のマトリックス C が得られる．

$$C = W_n{}^T \cdot C' \cdot W_m \tag{5}$$

ウエーブレット変換のデータを集約する特徴を利用することで，データの圧縮が可能になる．データ圧縮の手法として，大別して以下の 2 つがある．

1. 閾値法：データの特徴を表す絶対値の大きなスペクトラムのみを残し，他をゼロとする手法．
2. 領域法：1 行 1 列を起点として，ある程度の大きさにスペクトラムを切り出す手法．

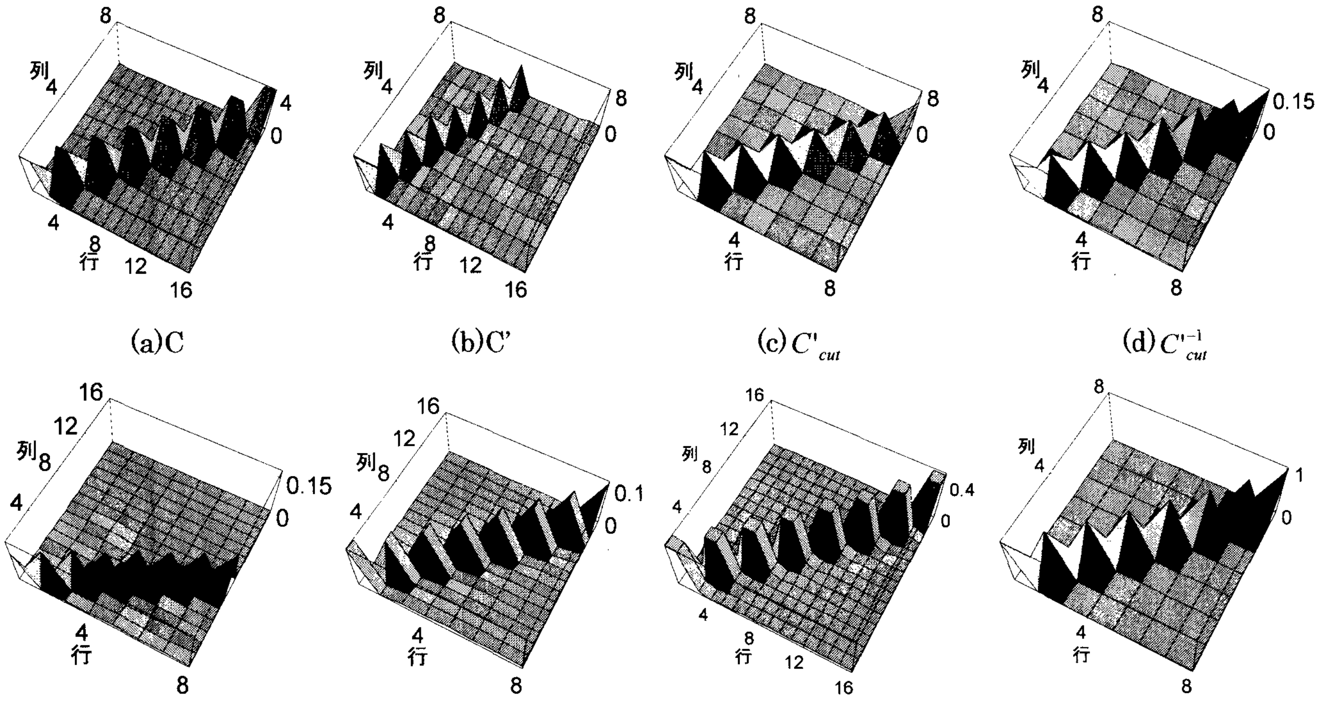
閾値法は，圧縮率は低いが元のデータをよく再現でき，領域法では圧縮率は高いが再現性が低いという特徴がある．本研究では，ウエーブレットスペクトラムの大きさを自由に変更できる領域法を使用して，非正則行列

の近似逆行列をウエーブレットによって求める．

次に，C の近似逆行列を求めるために，得られたウエーブレットスペクトラム C'に対して任意の正方の大きさにスペクトラムC'_{cut}を切り出し，C'_{cut}に対して逆行列C'^{-1}_{cut}をとる．C が n 行 m 列であるために，C'^{-1}_{cut}に大きさ n 行 m 列のゼロスペクトラムを重ね合わせ，n 行 m 列の$C'^{-1}_{cut+zero}$を得る．スペクトラム$C'^{-1}_{cut+zero}$に対し逆ウエーブレット変換することよって，C の近似逆行列C^{-1}_{app}が次のように得られる．

$$C^{-1}_{app} = W_{\mathrm{n}} \cdot C'^{-1}_{cut+zero} \cdot W_{\mathrm{m}}^{\;T} \qquad (6)$$

ここで，C を 16 行 8 列の長方形行列とした場合について，C の近似逆行列をウエーブレット変換によって求め，その妥当性を検討する．図 1 に計算の過程をグラフで示す．



(a)C　(b)C'　(c)C'_{cut}　(d)C'^{-1}_{cut}

(e)$C'^{-1}_{cut+zero}$　(f)C^{-1}_{app}　(g)$C^{-1}_{app} \cdot C$　(h)$C \cdot C^{-1}_{app}$

図 1　近似逆行列の計算過程

図 1(g)，(h)は，得られた近似逆行列C^{-1}_{app}を用いて左側から逆行列をかけた$C^{-1}_{app} \cdot C$(大きさ 16×16)，及び右側から逆行列をかけた$C \cdot C^{-1}_{app}$(大きさ 8×8)の計算結果を図示したものである．図 1(h)に示す$C \cdot C^{-1}_{app}$の結果は単位行列となっており，また図 1(g)の$C^{-1}_{app} \cdot C$は完全な逆行列になっていないが，一定値が対角要素に並んだ結果が得られている．

4．おわりに

ウエーブレット変換により，長方形マトリックスの近似逆行列を求められることを示した．パラメータ同定問題に対しては，式(3)のシステムマトリックス G に対して上記手法により近似逆行列を求め，繰り返し計算を行うことによって，未知パラメータ P を同定することになる．解析結果の詳細については当日報告する．

参考文献

1) Doi T., Hayano S. and Saito Y., Wavelet solution of the inverse source problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, **33** No.2 , 1935-1938, 1997.

2) Y.Ichikawa and T.Ohkami: A Parameter Identification Procedure as a Dual Boundary Control Problem for Linear Elastic Materials, Soils and Foundations, Vol. 32, No.2, 35-44, 1992.