複合構造物の構造形式決定問題へのトンネル法の適用

名古屋工業大学　正員　○海老澤 健正
東京大学大学院　正員　松本 高志
東京大学大学院　正員　堀井 秀之

1. はじめに

土木・建築構造物には延性的な材料と脆性的な材料を用いた様々な複合構造物が存在するが，一般にそれらの性能向上は定性的に決定された材料配置・構造形式について寸法最適化を適用することにより行われている．しかし，部材寸法だけでなく各構成要素の配置と量も構造物の限界状態から決定されるべきであり，材料配置すなわち構造形式を含めて定量的に決定しうる方法の構築がより本質的であると考えられる．

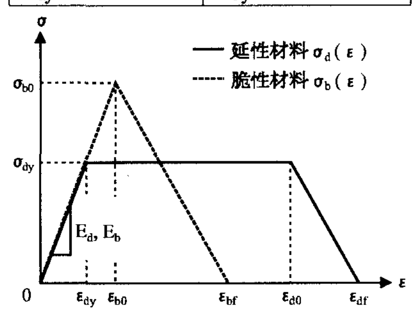
本研究では特にECC[1)]と呼ばれる高靭性で延性的な繊維補強セメント系材料と低靭性で脆性的なコンクリートによる複合構造物を取り上げ，ECCの優れたエネルギー吸収能を利用した耐震部材の構造最適化について検討を行った．両材料の塑性域での挙動の違いを考慮して弾塑性解析を行うとともに，材料の軟化による変形の局所化に起因する目的関数の多峰性と不連続性に対して大域的最適化手法であるトンネル法[2)]を適用した．

2. 材料特性

解析の簡略化および材料特性と最適構造形式との関連性の明確化のためにECCとコンクリートの材料特性を単純化し，延性・脆性両材料の材料特性として**表–1**，**図–1**に示す応力–ひずみ関係を適用する．また，降伏条件は両材料ともvon Misesの降伏条件を用い，降伏後は等方硬化とする．

表– 1 延性・脆性材料の諸物性値

延性材料	脆性材料
$E_d =$ 30GPa	$E_b =$ 30GPa
$\sigma_{dy} =$ 3MPa	$\sigma_{b0} =$ 5MPa
$\varepsilon_{dy} =$ 0.010%	$\varepsilon_{b0} =$ 0.0167%
$\varepsilon_{d0} =$ 2.010%	—
$\varepsilon_{df} =$ 2.025%	$\varepsilon_{bf} =$ 0.1167%



図– 1 延性・脆性材料の応力–ひずみ関係

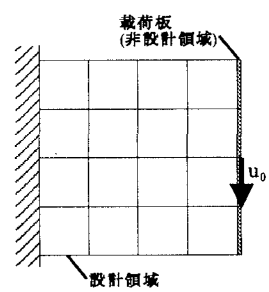
3. 最適化問題の定式化

本研究ではある要求性能を満たす構造物の形状および材料配置の決定を，設計領域に一定量の材料を最適に配置することと考える．**図–2**に示すように設計領域Ωを有限要素に分割し，各要素に配置される延性・脆性材料の量x_{2i-1}, x_{2i} (iは要素番号) を設計変数とする．これらの値は$x_i \geq 0, x_{2i-1} + x_{2i} \leq 1$を満たす連続変数とし，1の時は要素$i$に材料が配置された状態を表し0の時は配置されていない状態を表す．そして，各要素iの応力–ひずみ関係$\sigma_i(\varepsilon; x_{2i-1}, x_{2i})$は各材料の応力–ひずみ関係$\sigma_d(\varepsilon), \sigma_b(\varepsilon)$の線形結合により定義する．

$$\sigma_i(\varepsilon; x_{2i-1}, x_{2i}) = x_{2i-1}\sigma_d(\varepsilon) + x_{2i}\sigma_b(\varepsilon) \quad \cdots\cdots (1)$$

また，最適化問題における目的関数$G(\boldsymbol{x})$は一定変位時までのエネルギー吸収量としその最大化を行う．よって，目的関数は荷重ベクトル$\boldsymbol{f}(\mathrm{t})$，変位増分ベクトル$\dot{\boldsymbol{u}}(t)$を用いて下式により表される．

$$G(\boldsymbol{x}) = \int_\Omega \int_0^T \boldsymbol{f}^T(t)\dot{\boldsymbol{u}}(t)\,dt\,d\Omega = \sum_i \int_0^T \sigma(\varepsilon; d_i, b_i)\dot{\varepsilon}\,dt \quad \cdots (2)$$



図– 2 設計領域

目的関数の感度は，設計変数の微小変化に対して塑性変形の履歴依存性が無視できるという仮定を用いることにより式(1)，式(2)から解析的に求めることが可能である．この仮定は一般的に妥当なものであるが，軟化材料では変形の局所化の起こる部分が変化する場合にはこの仮定は成立せず，目的関数も不連続となる．

4. 最適化手法

変形の局所化により目的関数が多数の局所解を持つと考えられるため，本研究では最適化手法としてトンネル法を用いた．この手法は**図–3**に示すような多峰性を有する連続な目的関数$G(\boldsymbol{x})$の極小解に極の概念を導入して目的関数を変換することにより最小解を求める大域的最小化手法である．本研究の目的関数は一部に不連続性を有するが多くの領域では感度を用いた最適化が可能であることから，計算効率の向上を目的としてトンネル法を利用する．具体的には以下の2つのステップを繰り返すことにより順次より良い極小解を探索する．

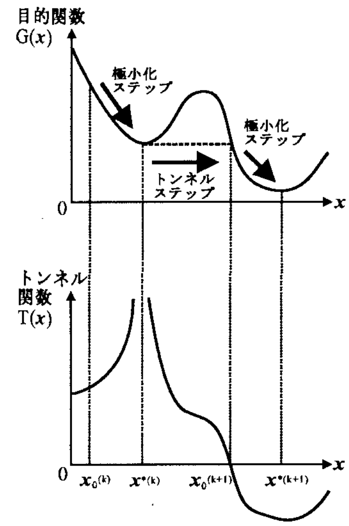
1. 極小化ステップでは初期点 $\boldsymbol{x}_0^{(k)}$ から極小点 $\boldsymbol{x}^{*(k)}$ を求める (k は極小化の繰り返し回数)．本研究では極小化手法として許容方向法を用いる．
2. トンネルステップでは極小点 $\boldsymbol{x}^{*(k)}$ に対して

$$G(\boldsymbol{x}_0^{(k+1)}) \leq G(\boldsymbol{x}^{*(k)}) \quad (\boldsymbol{x}_0^{(k+1)} \neq \boldsymbol{x}^{*(k)}) \quad \cdots\cdots (3)$$

となる点 $\boldsymbol{x}_0^{(k+1)}$ を求める．そのために，原目的関数 $G(\boldsymbol{x})$ を変換したトンネル関数 $T(\boldsymbol{x})$ を導入する．

$$T(\boldsymbol{x}) = \frac{G(\boldsymbol{x}) - G(\boldsymbol{x}^{*(k)})}{\left\{(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{*(k)})^T(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{*(k)})\right\}^{\lambda}} \quad \cdots\cdots (4)$$

$T(\boldsymbol{x})$ は $\boldsymbol{x}^{*(k)}$ から $\boldsymbol{x}_0^{(k+1)}$ へ向かって単調減少であるため一般の数理計画法を用いて点 $\boldsymbol{x}_0^{(k+1)}$ を得ることが可能である．また，式 (4) の極の強さ λ は極小点 $\boldsymbol{x}_0^{*(k)}$ の近傍において降下特性が得られるように設定される．

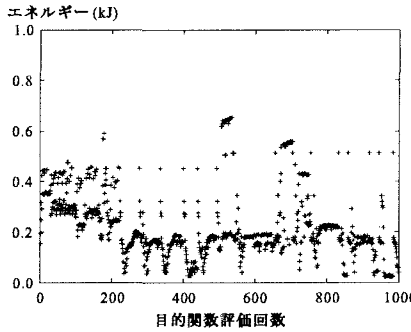


図– 3 目的関数とトンネル関数

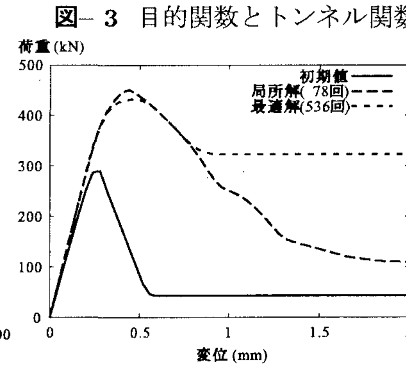
5. 解析条件および結果

最適化問題の設計領域として**図–2** に示すような縦 1m× 横 1m の片持ち梁を縦 4× 横 4 計 16 の有限要素に分割したものを考える．塑性時の変形の集中を抑制するため自由端全面に剛性の高い板を剛結し，その中央に鉛直変位 $u_0 = 2$mm を与える．また，構造物全体での材料体積を構造物との体積比で延性材料 6%，脆性材料 24%とする．

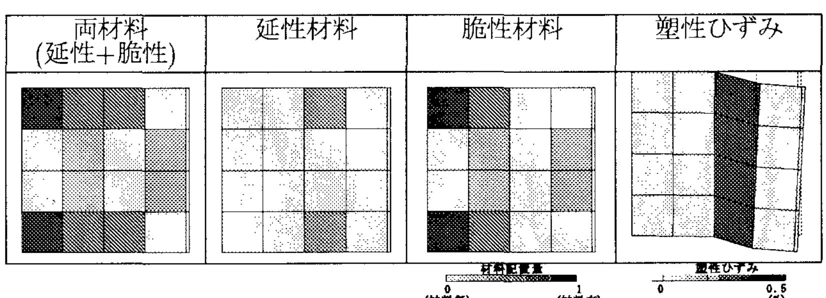
多峰性を考慮し複数の初期状態から解析を行った．その結果は必ずしも同一解には収束しなかったものの，ほぼ同様の目的関数値を持つ解が得られた．目的関数の変化の一例を示したものが**図–4** であり，トンネル法によって順次より良い極小解が探索される様子がみられる．



図– 4 エネルギー吸収量の変化



図– 5 荷重–変位関係



図– 6 材料配置と塑性ひずみ分布

また，最適解での材料配置は**図–6** に示すような固定端上下縁と載荷点を U 字状に結ぶような形状において自由端側 2 列目の上下縁の要素に延性材料を配置したものである．この構造形式の特徴は，変形初期においては曲げ変形をすることにより塑性モーメント近くまで構造物の耐力が向上するとともに (**図–5**)，最終変位時には梁のたわみが延性材料に集中することによりせん断変形時の延性材料の高いエネルギー吸収能を引き出している (**図–6** 右)．これは，載荷点と固定端上下縁を直線的に結ぶトラス構造の弾性最適解とは異なるものであり，塑性域の材料特性を考慮した最適構造形式が得られたと考えられる．

6. まとめ

本研究では，材料の軟化に起因する多峰性に対してトンネル法を適用することにより，延性・脆性の二材料を用いた複合構造物の構造形式最適化を行った．片持ち梁を設計領域とした解析例においては，局所解探索後もトンネル法により大域的最小化が行われ，最適解として塑性域の材料特性を十分利用した合理的な構造形式を得ることが可能となった．今後は，分割要素数の拡大とともに，本研究では厳密には取り扱っていない目的関数の不連続性に対する検討が課題である．

参考文献

1) 関田徹志, Li,V.C., 浜田敏裕：ビニロン繊維を用いた高靭性 FRC の材料設計と開発, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20, No.2, pp.229-234, 1998.
2) 日本機械学会編：工学問題を解決する適応化・知能化・最適化法, 技報堂出版, 1996.