

マンスケジューリング問題の新解法について

信州大学工学部 正会員 奥谷 巖

信州大学工学部 学生会員 ○津江 誠

1. はじめに

本研究は、マンスケジューリング問題の新解法を提案するものである。我々は以前からマンスケジューリング問題について tabu 法¹⁾、遺伝的アルゴリズム(*Genetic Algorithm*:以後 GA)、すみ分け型進化アルゴリズム²⁾を用いて研究してきた。マンスケジューリング問題を研究する上で問題となるのが、局所解に陥らないで大域的探索を行い最適解を求めることである。体内の免疫システムの持つ多様性のある抗体の産生機構とその自己調節機構を模倣した免疫的アルゴリズム(*Immune Algorithm*:以後 IA)³⁾は大域的探索が可能である。したがって本研究では IA をマンスケジューリング問題に適用する。

2. マンスケジューリング問題の設定

スケジュールを表現するネットワークは、ノードを作業に、アーク(矢印)を作業の先行後続関係に対応させた有向グラフで表し、ノードには作業番号 i ($i=0,1,\dots,n$) を与えておく。ただし、始端ノードと終端ノードは、ダミーである。これを初期ネットワークと呼ぶことにする、なおここでは、簡単のために単一資源の問題を扱う。

まず、作業 i の必要資源量 a_i と処理時間 b_i を与え PERT 計算により初期ネットワークに対する作業 i の最早開始時刻 t_i^E を求める。初期ネットワークとして各作業を最早開始時刻に開始するネットワークを考えると、そのネットワークの下でのプロジェクト完了時刻 $T_{\min}$ が求められ、また山積み図を描くことで、初期ネットワークに対する最大資源投入量 $\bar{R}$ が求められる。

以上のような準備の下に問題を次のように設定する。まず納期 $T_{\max}$ と投入可能資源量 $R_{\max}$ を与える。 $T_{\max}$ 、 $R_{\max}$ は $T_{\min}$ 、 $\bar{R}$ を考慮に入れて任意に決める。そうすると、問題は「投入資源を $R_{\max}$ 以内に抑え、かつプロジェクトを $T_{\max}$ 以内に完了するという

条件のもとに、与えられた計画目標を最適化するネットワークを求める」といえる。ここに、ネットワークを求めるということは、具体的には各作業の開始時刻 t_i を決定することである。すなわち、納期 $T_{\max}$ が与えられた段階で最遅開始時刻 t_i^L を求めたとき、計画目標が改善されるように $[t_i^E, t_i^L]$ の範囲で t_i の値を求めるということである。ネットワークの計画目標としては、プロジェクト完了時刻 T の最小化、最大投入資源量 R (時刻 k の投入資源量を R_k としたとき、その最大値) の最小化、遊休資源を少なくするための平滑度 $S (= \sum R_k^2 - \bar{R}^2)$ の最小化が考えられる。ここに、 $\bar{R}$ は R_k の平均を表している。

こうした複数の目標を同時に考慮する簡単な方法として線形結合による和を考える方法があるがここでもその方法を採用する。これらの目標は無次元ではないので、まずそれらは無次元化し、適応度 f_i という 1 以下の非負数に変換する。

$$f_i = \frac{Y_{\max} - Y_i}{Y_{\max} - Y_{\min}} \quad (1)$$

ここに Y_i は $i=1,2,3$ の順に T 、 R 、 S の値をとるものとする。このときのネットワークの適応度 F を

$$F = \sum_{i=1}^3 \alpha_i f_i \quad (2)$$

とし、この最大化を図る。ただし、 α_i は和が 1 となる各目標のウェイトである。

3. 免疫的アルゴリズムの適用

<3.1> スケジュールのビット列表現

ここで、作業 i, j 間に技術的順序関係がないものとしそこに例えば作業 i を作業 j に先行させるという関係を発生させるとしよう。このことは初期ネットワークに対して、 $i \rightarrow j$ のアークを 1 本追加することである。このことを δ_{ij} によって表すと以下ようになる。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1: i \rightarrow j \text{ のアークを追加} \\ -1: j \rightarrow i \text{ のアークを追加} \\ 0: i \text{ と } j \text{ を結合しない} \end{cases} \quad (3)$$

ところで、 i, j を新たなアークで結合したとき

$$t_i^E + b_i > t_j^L \quad (4)$$

となると、作業 j を最遅開始時刻以前に始めることが不可能となり、

$$t_j^L + b_j \leq t_i^E \quad (5)$$

となっていれば、作業 j の先送りが不要となりアークの存在は無意味となる。

したがって(4)式または(5)式が成立する場合には、 $\delta_{ij}=1$ を除外し、(4)式および(5)式で i, j を入れ替えた式を(4)'式、(5)'式としたとき、そのいずれか一方が成立する場合には $\delta_{ij}=-1$ を除外して考える必要がある。また、(4)式と(5)'式が共に成立するか、(4)'式と(5)式が共に成立する場合には、 δ_{ij} そのものを除いて考えなければならない。

以上のようなルールのもとに δ_{ij} の値を与え、それを適当に並べたいわゆるビット列を X とすると、この X によって新しいスケジュールが表現されることになる。

3.2 多様度と親和度

本来、親和度の計算はハミング距離が用いられることが多いが、これは遺伝子を二進数で記述せねばならないという問題がある。したがって本論文では、情報エントロピーの考え方をを用いることとする。なお、マンスケジューリングでは抗体をスケジュールとし、抗原を本研究テーマであるマンスケジューリング問題、目的関数を抗体と抗原の親和度、遺伝子をビット列の中の δ_{ij} とする。

① 多様度 免疫系が、 M 個の遺伝子を持つ N 個の抗体から構成されるとする。また、抗体のとりうる記号、すなわち対立遺伝子が P 個存在すると考えると、抗体の遺伝子座 k の情報エントロピー $H_k(N)$ は、

$$H_k(H) = \sum_{h=1}^P -p_{hk} \log p_{hk} \quad (6)$$

p_{hk} : h 番目の記号が遺伝子座 k に出現する確率で表すことができる。

$$p_{hk} = \frac{\text{遺伝子座 } k \text{ に出現した } h \text{ 番目の記号の総数}}{N} \quad (7)$$

したがって、免疫系の多様性の平均エントロピー $H(N)$ は次式のようにになる。

$$H(N) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M H_k(N) \quad (8)$$

(8)式によって免疫系の多様性を測定することができる。

② 親和度 ここでは、抗体 ξ と抗体 η 間の親和度 $Z_{\xi, \eta}$ を次式で定義する。

$$Z_{\xi, \eta} = \frac{1}{1 + H(2)} \quad (9)$$

ここで、 $H(2)$ は抗体 ξ と抗体 η だけの情報エントロピーである。 $H(2)=0$ のとき抗体 ξ と抗体 η の遺伝子が完全に一致したことを示す。 $Z_{\xi, \eta}$ はこれを 0 から 1 まで規格化したものである。一方、抗原と抗体 ξ 間の親和度 F を以下の式で定義する。

$$F = \sum \alpha_i f_i \quad (0 \leq F \leq 1) \quad (10)$$

(α_i は和が 1 となる各目標のウェイト)

この F が大きいほど、その時のプロジェクトに応える評価の高いスケジュールとなる。

4. 有効性の検討

マンスケジューリング問題についての研究はこれまで遺伝的アルゴリズムによる手法、すみ分け型進化アルゴリズムによる手法などがあつたが、本研究では、それらの研究結果との比較検討を行うために同じデータを用いて分析を行う。

その結果については、用紙の都合上割愛させてもらい、講演時に発表する。

5. おわりに

本研究では、マンスケジューリング問題の新たな解法として免疫的アルゴリズムを適用したモデルを提案した。このモデルの特徴は、局所最適解に陥らずに大局的探索が行えることである。今後の課題としては、さらに良好な結果を出すため、参考文献 2) と同様な遺伝子表現を採用することが挙げられる。

参考文献

- 1) 奥谷巖、福井紀行、風間克則: マン・スケジューリングにおけるタブー探索法の適用; 土木計画研究論文集, No.13, 1996.
- 2) 奥谷巖、神出幸治、津江誠: すみ分け協調型進化アルゴリズムによるマプロジェクトスケジューリング; 建設マネジメント論文集, 1999.
- 3) 森一之、築山誠、福田豊生: 多様性を持つ免疫的アルゴリズムの提案と負荷割当て問題への応用; 電気学会論文誌, Vol.113-C No.10, pp.872-878, 1993.