極値分布の信頼性を考慮した構造物設計法に関する基礎的考察

岐阜大学工学部 学生員○加茂　秀明
正員　本城　勇介

1．はじめに

大規模地震の発生確率等を表す極値分布のデータへのあてはめについては、多くの問題点が指摘され、その信頼性がとぼしいと言われている。本研究では、この問題に対して次の二点について検討・考察する

①洪水流量、地震動等種々のデータの極値分布へのあてはめ、理論的信頼区間の推定、さらにはモンテカルロ・シュミレーションによる典型的なデータについて、その不確実性の程度を把握する。

②構造物の設計という立場から、このような極値推定の不確実性が、その意思決定にどのような変化を与えるかの概念的な検討を行う。

2．解決の方法

2．1　極値の信頼性の検討

構造物の設計に当たって問題となる地震動等の自然現象は、構造物の期間中に生起する事が予想される極大の現象である。積載荷重や風荷重の場合、季節変動によって発生する側面が強いので、ある年毎にの最大値を拾い出し、それを用いて耐用期間のような長い再現期間に対する値を推定する事が行われる。言い換えればある母集団の中からある数のサンプルを切り出し、その中の最大値を抽出したものを集めて統計解析を行う事になる。

このような統計標本は一般にに良く用いられる正規分布に従わなくなり、Gumble 分布(極値Ⅰ型分布), Frechet 分布(極値Ⅱ型分布), Weibull 分布(極値Ⅲ型分布)のような極値分布のいずれかに収束する事が証明されている。しかし、実際にデータをこれらの分布に当てはめて得られる、ある期間に対する再現期待値はかなり異なり、このため極値統計学により得られる値は、信頼性に乏しいと言われている。

本研究では、与えられるデータを色々な極値分布あてはめたり、それぞれの分布で把握されている理論的な信頼性区間を用いたり、さらにモンテカル法(ロブート・ストラップ法)も用いてこれらの極値のもつ不確実性を検討する。

2．2　設計の意思決定という立場から検討

極値の信頼性が、設計の意思決定に与える影響を調べる一つのモデルに、総費用最小化基準を用いるものがある。今、割引率 r を考慮すると総費用は、

$$C_T = C_C + \sum_{i=1}^{T} \frac{\alpha C_C P_F}{(1+r)^i} \qquad (1)$$

ここに $C_F = \alpha C_C$ と仮定

C_C：建設コスト　P_F：構造物の年破壊確率

C_F：破壊された時の費用　C_T：総費用

さらに、上式は、

$$C_T = C_C\{1 + \frac{\alpha P_F}{r}\{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T\}\} \qquad (2)$$

T→∞とすると

$$C_T \approx C_C\left(1 + \frac{\alpha P_F}{r}\right) \qquad (3)$$

また、P_F と C_C は設計値 S_U の関数であり、これをそれぞれ $P_F(S_U)$ と a (S_U) とすると、

$$C_T \cdot C_C = a(S_U) + \frac{\alpha}{r} P_F(S_U) \qquad (4)$$

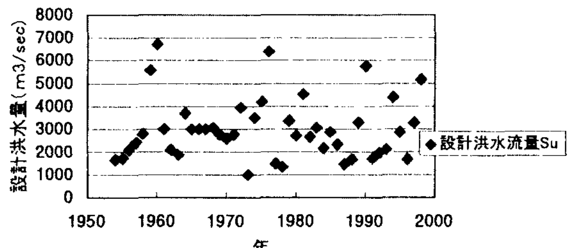
なお、a (S_U) は、ある基準となる設計値を S_{U0} として、このときの建設費を C_C とした時、S_U の S_{U0} に関する大きさにより建設費の増減を表す正規化された費用関数である。

上式の $a(S_U)$ と $P_F(S_U)$ から P_F の不確実性による決定の変化を検討する。

3．　堤防の建設の例

3．1　データの説明

下記の図－1は、1954 年～1998 年の間の岐阜県岐阜市忠節橋における長良川の過去 45 年間の年最大流量を散布図にしたものである。



図—1 設計洪水流量Su

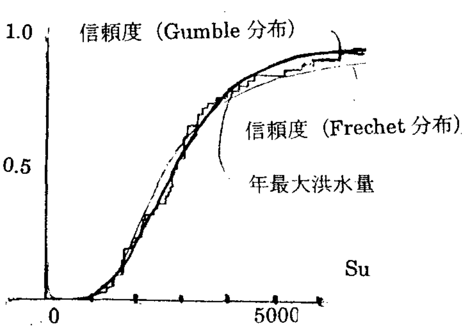
3．2 極値分布への当てめ

上記の標本を Gumble 分布(極値Ⅰ型分布)、Frechet 分布(極値Ⅱ型分布)に当てはめたそれぞれの分布関数は、次の通りであり当てはめた結果を図－２に示す。

Gumble 分布の式 $G_{0,\mu,\sigma}(x)=\exp(-e^{-(x-\mu)/\sigma})$

Frechet 分布の式は、$G_{1,\alpha,\mu,\sigma}=\exp(-(\frac{x-\mu}{\sigma})^{-\alpha})$

この場合、特に最大値に近いテール部分では、Gunble 分布への当てはまりが良いと思われる。長良川の年最大流量をそれぞれの式に代入して得られた値を 1.0 から引くことによって、色々な洪水流量を設計値 S_U と決めたけたときの年破壊確率 $P_F(S_U)$が導き出される。



図－２ 信頼度

3．3 設計洪水量と期待総費用の関係

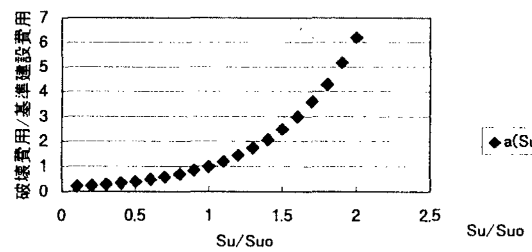
前述で述べた総費用最小化基準の式（４）から設計洪水量と期待総費用の関係が導かれる。３．２で $P_F(S_U)$ の関係が導かれているので、ここで $a(S_U)=e^{b(S_u-S_{U0})}$ の関係を考える。基準設計値 S_{U0} を Gumble 分布の 1/100 の値、又 S_{U0} を 10%割増しにしたとき建設費用は 1.2 倍になると仮定すると、b=1.823 の値が得られて、$a(S_U)$ の関係のグラフが図－３のようになる。

$\alpha=10$, 100 $\gamma=0.05$, 0.01 として総費用最小化基準の式をグラフにすると Gumble 分布及び Frechet 分布を当てはめた場合それぞれ図－4(a)、図—4(b)のようになる。

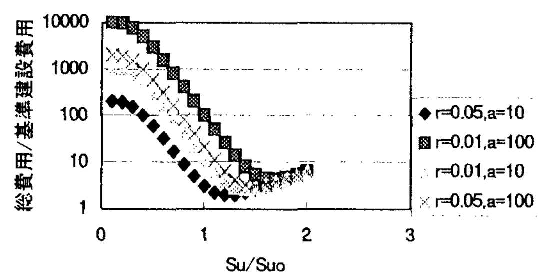
これらから次のような事が言える。

(1)すべての場合で最適解がえられた。最適設計値は、割引率 r が小さいほど、また破壊費用が大きいほど、大きくなっている。

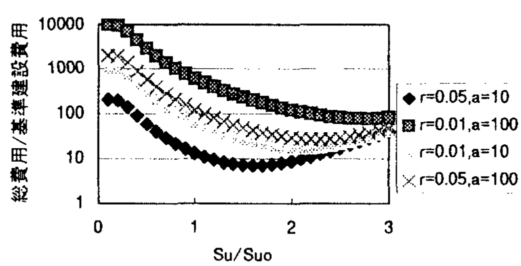
(2)Gumble 分布と Frechet 分布では、解はかなり異なっている。Frechet 分布は，テールを長く引くように推定するため、P_Fを過大に評価している。



図—3 a(Su)



図—4(a) 総費用と設計値の関数(Gumble分布)



図—4(b) 総費用と建設値の関係(Frechet分布)

4． あとがき

本文で示した結果は、研究の一部分である。地震動データの分布への当てはめとその不確実性評価等の結果は、発表時に行う。

文献

(1)Reiss, R D. And Thamas,M.(1997);Statistial analysis of extreme values,Birkauser.

(2)Ang,A.and Tang,W.(1984);Probability concents in engineerig Planning and Design,PP.186-273, Wiley