

中空円筒を用いた波による空気流発生装置に関する基礎的研究

豊橋技術科学大学 建設工学系 ○立石 正則
 豊橋技術科学大学 建設工学系 青木 伸一
 岡本機械設計 岡本 光雄

1. はじめに

本論文は、図-1に示すように海面上に固定された中空円筒内部の水面変動の波浪に対する応答特性を、ポテンシャル理論を用いて解析したものである。中空円筒内部の水面変動の応答特性の基本的な性質を調べることは、振動水柱型波力発電装置だけでなく、エアーポンプとしてのエアレーション装置などへの応用上重要であると思われる。本研究を進めるにあたって、清川ら（1983, 1984）の研究を参考にした。清川らの研究は中空円筒内部の空気が密閉されているが、本研究では円筒に取り付けた給排気管を通して空気の出入りを考慮したモデルについて解析した。

2. 中空円筒内部の波の散乱の理論

(1) 解析モデルと座標系

図-1に示すような一定水深 h の海面上に直径 D 、喫水 qh の、肉厚の無視できる中空円筒が固定されているとする。円筒上部には直径 d の給排気管が付随している。これに x 軸の負の方向から角振動数 ω 、波高 H_0 の波が入射するものとする。ただし、 P_a, V_0 は、大気圧および静水時の円筒内の空気の体積である。入射波の速度ポテンシャルを ϕ_0 とし、流体領域を図に示すように Ω_1, Ω_2 に分け、それぞれの領域における散乱波の速度ポテンシャルを ϕ_1, ϕ_2 とする。

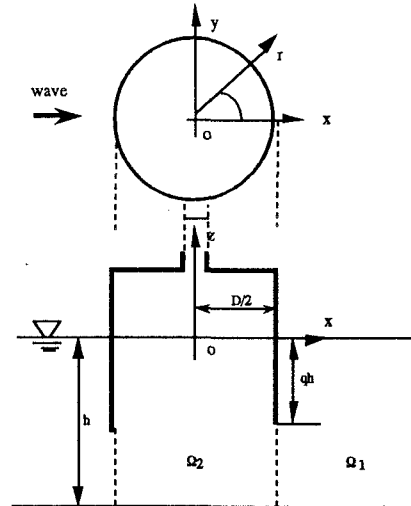


図-1：座標系

(2) 内部の自由表面条件の誘導

本研究では空気の状態変化を等温変化と仮定し、ボイルの法則を適用する。中空内部の水面変動の平均値を $\bar{\eta}_2$ とし、給排気に対してはベルヌーイの式を適用すると、中空内部の圧力 P として次式を得る。

$$P = \frac{P_a(V_0 + K'd)}{V_0 + K'd/2 - \bar{\eta}_2 A} \quad (1)$$

ここで、 K は給排気管によるエネルギー損失係数を含む定数、 A は中空円筒の断面積($\pi D^2/4$)である。式(1)を通常自由表面条件における力学的境界条件に代入し、さらに運動学的境界条件と連立させて $\bar{\eta}_2$ を消去すると次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_2 + c = 0 \quad (z=0) \quad \text{ここで} \quad c = \frac{P_a}{\rho g(V_0 + K'd)} \int_A \frac{\partial \phi_2}{\partial z} dA \quad (2)$$

式(2)が本研究のモデルの自由表面条件である。

(3) 一般解の誘導

流体運動を非粘性、非回転とするとき、速度ポテンシャル Φ が存在する。さらに、線形性を仮定し、 Φ を入射波のポテンシャル ϕ_0 と散乱波のポテンシャル $\phi_i (i=1,2)$ の和として取り扱い、これを円筒座標系で以下のように表す。

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \frac{gH_0}{2\omega i} \{ \phi_0(r, \theta, z) + \phi_i(r, \theta, z) \} e^{-i\omega t} \quad (i=1,2) \quad (3)$$

$$\phi_i(r, \theta, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_i^{(m)}(r, z) \cos m\theta \quad (i=0,1,2)$$

$$\varphi_0^{(m)}(r, z) = \varepsilon_m i^m \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} J_m(k_0 r) \quad (4)$$

ただし、 ε_m ：ノイマン数 ($m=0$ のとき1, $m \geq 1$ のとき2), k_0 ：波数, J_m ： m 次ベッセル関数, i は虚数単位である。 ϕ_1, ϕ_2 についてのポテンシャルはラプラス方程式および自由表面条件, 海底面での不透過条件を満足する。また、 ϕ_1 はさらに無限遠方での放射条件を満たす必要がある。これらの基礎方程式および境界条件を満足する解を固有関数の重ね合わせによって表すとそれぞれ次のようになる。

$$\varphi_1^{(m)}(r, z) = A_0^{(m)} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} H_m(k_0 r) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m(k_n r) \quad (5)$$

$$\varphi_2^{(m)}(r, z) = B_0^{(m)} \left\{ \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} J_m(k_0 r) + \delta_{m0} \frac{2P_a A}{\rho g(V_0 + K'd)} \frac{J_1(k_0 a)}{k_0 a} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(m)} \left\{ \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} I_m(k_n r) + \delta_{m0} \frac{2P_a A}{\rho g(V_0 + K'd)} \frac{I_1(k_n a)}{k_n a} \right\} \quad (6)$$

ただし、固有値 I_m , K_m は第一種、第二種の変形ベッセル関数である。 δ_{m0} ：クロネッカー記号 ($m=0$ のとき1, 0以外のとき0) である。 $A_0^{(m)}, A_n^{(m)}$ および $B_0^{(m)}, B_n^{(m)}$ は複素未定係数である。また ϕ_1, ϕ_2 は $r=d/2$, $-h \leq z \leq -qh$ における各領域の接続面で圧力の連続条件 ($\phi_1 = \phi_2$) および流速の連続条件 $\{\partial \phi_1 / \partial r = \partial \phi_2 / \partial r\}$ を満足し、さらに $r=d/2$, $-qh \leq z \leq 0$ において構造物表面上の不透過条件 $\{\partial \phi_i / \partial r + \partial \phi_0 / \partial r = 0 \quad (i=1, 2)\}$ を満足する必要がある。

(4) 複素未定係数の決定と中空内部水面変動の算出

複素未定係数は、本研究では領域分割法（ポテンシャル接続法）によって算出し、 $A_0^{(m)}, A_n^{(m)}$ および $B_0^{(m)}, B_n^{(m)}$ を10項ずつを算出した。中空内部水面変動の算出については、付加圧力項が存在するため、運動学的境界条件よりもとめる。

3. 結果及び考察

図-2は円筒の径 D と h の比 D/h を1, q を0.5としたときの内部平均水面変動の応答特性を D と入射波長 L の比 D/L で表したもので、空気圧縮性の影響を表す $P_a A / \rho g(V_0 + K'd)$ を p と置いてパラメータとしている。 A および V_0 の値を固定して考えると、 p の値が小さくなることは空気の出入りが自由になることに対応しており大きな p の値では空気の圧縮度が大きくなることを意味している。

図-2より D/L に対する応答のピーク位置は、 p の値によって大きく変化することがわかる。波力発電装置など、大きな空気流排出量を必要とするような場合、円筒のサイズに対応した適当な給排気管を設ける必要があることがわかる。

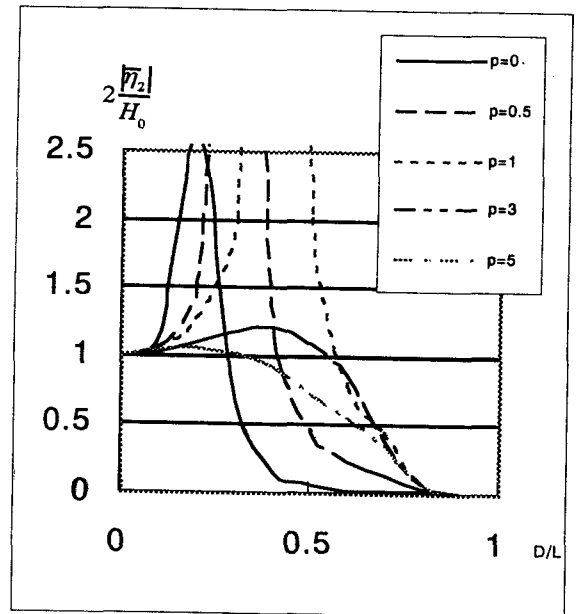


図-2：平均水面変動の応答特性 ($q=0.5$)

参考文献

- (1) 清川 哲志・大山 巧・小林 浩：中空円筒による波の散乱の解析とその応用, 第30回海岸工学講演会論文集 (1983), (2) 清川 哲志・大山 巧：中空円筒による波の散乱におよぼす空気圧縮性の影響, 第30回海岸工学講演会論文集 (1984)