被害情報の逐次処理に基づく緊急時意思決定支援モデルに関する基礎的考察

岐阜大学工学部○能島暢呂
岐阜大学工学部　杉戸真太

1. はじめに　地震後の緊急対応を迅速・正確に行うには，所要時間と要求精度のバランスを考えながら，被害の全貌を概略的に推定して迅速に初動体制を確立することと，時間とともに蓄積される確認情報を逐次的に組み込むことによって，推定結果を更新し精度向上を図ることが重要である．この両者を,「被害の初期推定」と「観測データによる更新過程」として捉えると，ベイズ確率の方法に基づく統計的推論[1]を有効に適用することができる．以上のことに着目して筆者らはこれまで，部分的な実被害情報を用いて全体の被害発生数を逐次推定する方法を示すとともに，逐次確率比検定に基づいた意思決定支援モデルについて検討を行ってきた[2),3)]．これは**図1**に示すように，被害発生率のベイズ推定による被害の逐次先行予測手法と，被害発生率の逐次確率比検定法を用いて，事前または直後の初期被害推定と実被害情報を組み合わせながら，確率・統計的な根拠に基づいて，迅速に意思決定を下すことを可能とするところに特徴がある．文献2),3)のモデルでは，ライフライン施設のような連続的な構造物のみを対象としていたが，本研究では，建物被害や人的被害のように離散的に扱われるものについて新たに定式化し，提案モデルの適用性の拡張を図るものである．

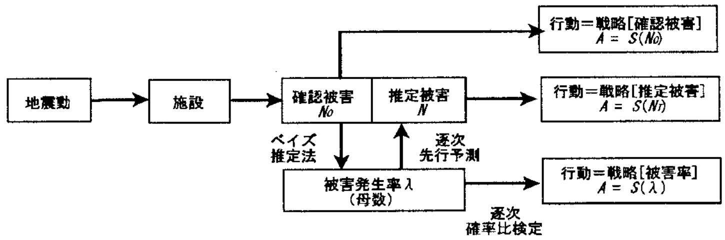

図1　被害の逐次先行予測の概念[3)]

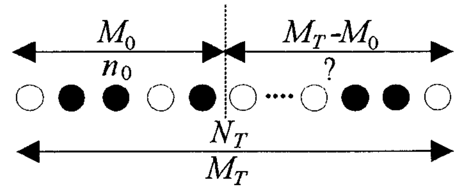

図2　確認被害と推定被害の関係

2. 被害確率と総被害発生数の逐次推定　**図2**に示すように，全要素数 M_T の構造物群において，被害が独立・一様・ランダムに発生すると仮定し，被害発生数 n は被害確率 p の二項分布に従うものとする．このうちの一部の要素 M_0 を調査したところ，n_0 箇所の被害が明らかになったとして，要素の被害確率 p と被害の全貌（総被害発生数 N_T）を逐次推定する問題を考える．

(1) 被害確率の最尤推定量を用いる場合　被害確率の最尤推定量は，$\hat{p}=\frac{n_0}{M_0}$ となるから，被害発生数が確率 $\hat{p}$ の二項分布に従うと考えると，総被害発生数の平均値 μ_N と標準偏差 σ_N は，以下のようになる．

$$\mu_N(M_T) = n_0+(M_T-M_0)\hat{p}=\frac{M_T}{M_0}n_0 \tag{1}$$

$$\sigma_N(M_T) = \sqrt{(M_T-M_0)\hat{p}(1-\hat{p})}=\frac{\sqrt{(M_T-M_0)(M_0-n_0)n_0}}{M_0} \tag{2}$$

この方法を用いた場合，被害情報の入手に応じて推定値が著しく変動し，不安定な傾向を示すことがわかっている[2),3)]．

(2) ベイズ確率の方法を用いる場合　未知母数である被害確率 p を確率変数と考え，ベイズ確率の方法を適用し，被害情報の入手に応じて p の確率分布を逐次更新することを考える．いま，被害発生数が二項分布に従うと仮定しているので，ベイズ更新過程における尤度関数は次式で表わされる．

$$P(n|M,p)=\binom{M}{n}p^n(1-p)^{M-n} \tag{3}$$

被害発生率に関して何の手がかりもない状態では，p の事前分布は一様分布と仮定できるので，n_0 箇所の被害情報が得られた後の p の事後分布は，次のベータ分布で与えられる．

$$f_P(p|M_0,n_0)=\frac{P(n_0|M_0,p)}{\displaystyle\int_0^1 P(n_0|M_0,p)dp}=\frac{(M_0+1)!}{n_0!(M_0-n_0)!}p^{n_0}(1-p)^{M_0-n_0} \tag{4}$$

この場合，要素数 M の構造物群の被害発生数が n となる確率の確率関数は，式(3)と式(4)の混合分布として，超幾何分布に類似した分布で与えられる．(次式の第二項が超幾何分布に対応するが，n の定義域の相違によって，第一項の係数が付加された形となっている．)

$$P(n|M,M_0,n_0)=\int_0^1\binom{M}{n}p^n(1-p)^{M-n}\frac{(M_0+1)!}{n_0!(M_0-n_0)!}p^{n_0}(1-p)^{M_0-n_0}dp=\frac{M_0+1}{M+M_0+1}\frac{\binom{M}{n}\binom{M_0}{n_0}}{\binom{M+M_0}{n+n_0}} \tag{5}$$

この確率関数の平均値 μ_N および標準偏差 σ_N は，

$$\mu_N(M) = \frac{M(n_0+1)}{M_0+2} \tag{6}$$

$$\sigma_N(M) = \sqrt{\frac{M(M+M_0+2)(M_0-n_0+1)(n_0+1)}{(M_0+2)^2(M_0+3)}} \tag{7}$$

で与えられる．従って，M_T のうち M_0 だけ調査が済んで n_0 箇所の被害が確認された段階で，残る $M = M_T - M_0$ における被害発生数を推定し，全要素 M_T における総被害発生数 N_T を逐次推定する場合には，次式を用いればよい．

$$\mu_N(M_T) = n_0 + \mu_N(M_T - M_0) = n_0 + \frac{(M_T-M_0)(n_0+1)}{M_0+2} \tag{8}$$

$$\sigma_N(M_T) = \sigma_N(M_T - M_0) = \sqrt{\frac{(M_T-M_0)(M_T+2)(M_0-n_0+1)(n_0+1)}{(M_0+2)^2(M_0+3)}} \tag{9}$$

一方，被害調査とは独立に，地震動強度情報や経験的判断，あるいはリアルタイム地震防災システムなどに基づいて「M_0' あたり n_0' 箇所の被害が予想される」というおおよその初期被害推定ができる場合，被害確率 p の共役事前分布としてベータ分布を用いれば，p の事後分布は次式で与えられる．

$$f_P'(p|M_0, M_0', n_0, n_0') = \frac{(M_0+M_0'+1)!}{(n_0+n_0')!(M_0+M_0'-n_0-n_0')!} p^{n_0+n_0'}(1-p)^{M_0+M_0'-n_0-n_0'} \tag{10}$$

これを式 (4) のかわりに用いて，式 (5) ～ (9) と同様の手続きを踏むことにより，被害総数の平均値 μ_N および標準偏差 σ_N は，次式のように得られる．

$$\mu_N(M_T) = n_0 + \frac{(M_T-M_0)(n_0+n_0'+1)}{M_0+M_0'+2} \tag{11}$$

$$\sigma_N(M_T) = \sqrt{\frac{(M_T-M_0)(M_T+2)(M_0+M_0'-n_0-n_0'+1)(n_0+n_0'+1)}{(M_0+M_0'+2)^2(M_0+M_0'+3)}} \tag{12}$$

3. 被害確率の逐次確率比検定による逐次決定過程のモデル化　いま「被害確率が p_0（帰無仮説 H_0）以下であれば緊急対応を行わず，p_1（対立仮説 H_1）以上であれば緊急対応を行う（$p_0 < p_1$）」という行動のルールを想定して，被害情報が蓄積される過程における意思決定のタイミングについて考察する．このため Wald による逐次確率比検定（SPRT）[5] を導入し，要素一つ一つについて被害の有無を調べる逐次検査を行い，尤度比に基づく仮説検定を行うことを考える．逐次確率比検定の方法では，M_0 の要素を調査した段階での被害発生数を n_0 として，尤度比 R_M が

$$\frac{\beta}{1-\alpha} < R_M \left(= \frac{p_1^{n_0+n_0'}(1-p_1)^{M_0+M_0'-n_0-n_0'}}{p_0^{n_0+n_0'}(1-p_0)^{M_0+M_0'-n_0-n_0'}} \right) < \frac{1-\beta}{\alpha} \tag{13}$$

を満たす間は決定を保留し，尤度比が上限を破れば仮説 H_1 を採用，下限を破れば仮説 H_0 を採用する．ここで α は仮説 H_0 が正しいのに棄却する誤り（第一種の誤り）を犯す確率（生産者危険），β は仮説 H_0 が正しくないのに棄却しない誤り（第二種の誤り）を犯す確率（消費者危険）である．式 (13) を整理すると，M_0 に対する n_0 の条件式

$$\frac{\log\frac{\beta}{1-\alpha} + (M_0+M_0')\log\frac{1-p_0}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} - n_0' < n_0 < \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha} + (M_0+M_0')\log\frac{1-p_0}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} - n_0' \tag{14}$$

が得られる．初期被害推定の事前分布を規定する M_0' と n_0' は，式 (14) の上下限値を $n^* = M_0' \frac{\log\frac{1-p_0}{1-p_1}}{\log\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} - n_0'$ だけ上方にシフトさせる働きをしている．従って，意思決定を行うまでに必要な調査箇所数は，M_0' が小さく n_0' が大きいほど，H_0 のもとでは多く，H_1 のもとでは少なくなる．これはつまり，初期被害推定が悲観的であるほど，「緊急対応を行う」判断を早く下すことができる一方，楽観的であるほど判断が遅れることを意味している．

4. おわりに　モンテカルロ法を用いて仮想的な被災パターンを発生させ，以上の方法を適用すれば，被害確率と被害発生数の逐次推定，および緊急時における意思決定過程のシミュレーションを行うことができる．詳細については発表時に示すこととするが，数値計算の結果，文献 2),3) とほぼ同様の傾向となることを確認していることを付記する．

【参考文献】　1) Ang, A. H-S and Tang, W. H.（伊藤學・亀田弘行共訳）：土木・建築のための確率・統計の基礎，丸善，1977.　2) 能島暢呂：ベイズ推定に基づく被害の逐次推定に関する考察，第 18 回日本自然災害学会学術講演会，1999.10, pp.49-50.　3) 能島暢呂・杉戸真太：被害情報の逐次処理による地震時意思決定過程のシミュレーション，地域安全学会第 9 回研究発表会，地域安全学会梗概集 No.9，1999.11，pp.52-55.　4) 三根久・河合一：信頼性・保全性の数理，朝倉書店，1982, pp.70–89.