たわみ性法によるフレーム構造解析

名古屋大学工学部　学生会員　チア　ホン
名古屋大学大学院　正会員　木全　博聖
名古屋大学大学院　正会員　田辺　忠顕

1．はじめに

局所的な破壊を示すようなコンクリート構造物の挙動を解析する際、一般的な解析手法である剛性法では要素分割を細かく取らなければならない上に安定した解を得られないことがある。そういった問題を解決することを目的として、本研究では曲げ変形ならびにせん断変形を考慮したたわみ性マトリックス法を用いた混合法によるフレーム構造の解析手法を検討する。

2．定式化

2－1．解析概要

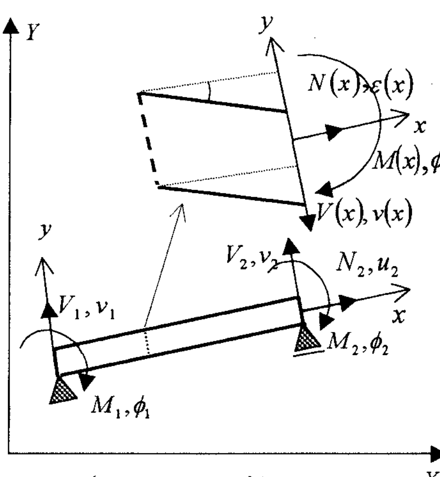
たわみ性マトリックスを用い荷重点が格点のみのような場合には剛性法と異なって自由度を大幅に低減出来る。例えば、片持ちばりの解析では一要素で可能となる。かつ、変位関数を仮定せず、応力分布を仮定するので、はり、柱に対しては厳密な力の釣り合いを基礎にしていることになり、収斂が容易になる可能性がある。剛性法では剛性マトリックスによって不平衡変位計算して収束点を求めるが、たわみ性法は剛性法と違い、不平衡力ではなく不平衡変位を計算して、たわみ性マトリクスから得られた剛性マトリクスを使って収束点を求める。解析の段階としてはまずストラクチャーレベルから要素レベルそして断面レベルの計算を行う。たわみ性法の場合、片持ちばりは一要素で計算できるため、要素レベルで収束計算は必要ないが、断面レベルでは収束点を求めるために収束計算を行う。最終的に片持ちばりの端部で力を加えた時に、どういう変位が得られるかを調べる。

2－2．定式化

非剛性体のはりの有限要素を図―1に示す[1]。x, y は要素座標系を、X, Y は全体座標系を表している。軸 x の断面の中心である。5つの自由度のうち、u_2 は軸方向変位、v_1, v_2, ϕ_1, ϕ_2 は節点変位を表している。また、N_2 は軸力、V_1, V_2 は要素のせん断力、M_1, M_2 は要素の曲げモーメントを表している。

図―1では要素の断面力と変位も示している。任意点 x の断面変形は三つである：$\varepsilon(x)$ は x 方向の軸ひずみ、$v(x)$ はせん断ひずみ、$\phi(x)$ は曲率である。また、$N(x)$ は軸力、$V(x)$ はせん断力、$M(x)$ は曲げモーメントである。

図―2は剛体モードを含めた変形および力の自由度を示している。一要素には6自由度あり、要素力と変位はベクトル $\bar{Q}$ と $\bar{q}$ でまとめられる。剛体モードは普通のは座標を行えば、自動的に得られ、変換マトリックスｔを用いて表すことができる。



$$Q = \{N_2 \quad M_1 \quad M_2\}^T$$

$$q = \{u_2 \quad \phi_1 \quad \phi_2\}^T$$

$$D(x) = \{N(x) \quad V(x) \quad M(x)\}^T$$

$$d(x) = \{\varepsilon(x) \quad v(x) \quad \phi(x)\}^T$$

図―1要素と断面の力と変位（非剛性体モード）

$$\overline{Q} = tQ \tag{1}$$

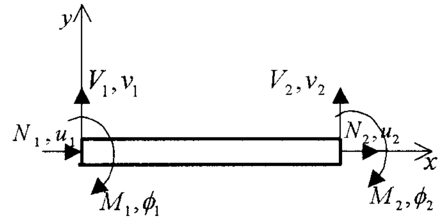
$$q = t^T \overline{q} \tag{2}$$

任意の断面の変位と力は、節点変位および力で表すことができる。

$$\Delta d(x) = a(x)\Delta q \tag{3}$$

$$\Delta D(x) = b(x)\Delta Q \tag{4}$$

$a(x)$ と $b(x)$ は補間関数であるが、$b(x)$ は直線分布をなすので、簡単になり、かつ厳密性を失わない。
断面の力—変位関係は、たわみ性を表す関数 $f(x)$ を用いて次のように表せる。



$$\overline{Q} = \{N_1\ V_1\ M_1\ N_2\ V_2\ M_2\}^T$$

$$\overline{q} = \{u_1\ v_1\ \phi_1\ u_2\ v_2\ \phi_2\}^T$$

図—２はりのせん断力と変位（剛性体）

$$\Delta d(x) = f(x)\Delta D(x) \tag{5}$$

ここで、$f(x)$ はファイバーモデルから求める事にする。又、変位関数は仮定していないので、変位の適合条件は自動的には満たされず次の Galerkin 法を用いて強制する。

$$\int_0^L \delta D^T(x)\left[\Delta d(x) - f(x)\Delta D(x)\right] d(x) = 0 \tag{6}$$

また、節点力 P が作用し、内力 $D(x) + \Delta D(x)$ と釣り合っている時、仮想変位の原理により以下の式が得られる。

$$\int_0^L \delta d^T(x)\left[D(x) + \Delta D(x)\right]dx = \delta q^T P \tag{7}$$

(6)、(7)式を解くと、(8)式が得られる

$$[F]^{-1}\Delta q = P - Q \tag{8}$$

ここで、Ｆは要素たわみ性マトリックスであり、

$$F = \int_0^L b^T(x) f(x) b(x) dx \tag{9}$$

と表される。式(8)は、剛性マトリックスが、たわみ性マトリックスを逆にして得られることを示している。

３．たわみ性法を用いた解析

これまでに示した解析理論を用いて、本研究ではＲＣフレームの非線形解析を行う。軸力及び曲げに関する剛性はファイバーモデルを用いて計算する[(2)]。また、せん断に関する剛性は、Truss 理論より求める。解析結果については、当日発表する予定である。

参考文献

(1)E.Spacone, V.Ciampi and F.C.Filippou: Mixed formulation of nonlinear beam finite element, Computers and Structures, pp.71-83, Vol.58, No.1, 1996
(2)田辺忠顕、檜貝勇、梅原秀哲、二羽淳一郎：コンクリート構造、朝倉書店