土の締め固め施工管理に関する一考案

岐阜大学　工学部　　山田 邦博　本城 勇介
不動建設　　原田 健二　深沢 久

1. 研究の目的

本研究では、土の締め固め管理施工において重要なのは、締固め密度等地盤の物理量が個々の点で規格値を満足することではなく、ある工学的に意味のある体積に関する密度の平均値（すなわち移動平均）がある規格値を満足することが重要であるという観点に立ち、与えられた計測データよりこの移動平均過程の諸性質の分析と、特に、閾値横断期待値に着目した管理のコンセプトの確立と、それを実現する具体的な管理手法の提案を行うことを目的としている。(図 - 1) 当面の対象は、盛土の締め固め管理と、SCP 改良地盤の品質管理とする。

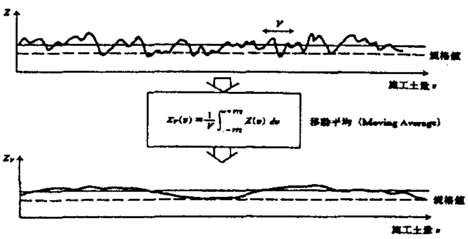


図 - 1　移動平均過程の概念図

2. 理論

2.1 定常確率過程の閾値横断期待個数

定常過程の平均長さ当たりの閾値横断期待個数は、次の様に求められる。今 $Z(x)$ をガウス定常確率過程、x をその座標とする。平均、分散、自己相関関数は、それぞれ μ_Z、σ_Z^2 及び $\rho_Z(\Delta x)$ であるとする。この時、ある閾値を b とすると、この b を次の一単位の x の間に $Z(x)$ が上向きに通過する回数の期待値は、次の様に求めることができる。閾値 b を Z が x と x＋d x の間に通過するためには、Z の x における位置と勾配の両方が関係する。その第一近似を考えると、Z が x において $Z-\dot{Z}$ 空間の図-2 に示す範囲にある時、閾値 b を通過すると考えて良いだろう。すなわち期待値横断個数は次のように求められる。

$$\nu_b^+ dx = \int_0^\infty \int_{b-\dot{z}dx}^{b} f_{z\dot{z}}(z,\dot{z})dzd\dot{z}$$

$$= \int_0^\infty \{b-(b-\dot{z}dx)\} f_{z\dot{z}}(b,\dot{z})d\dot{z}$$

従って

$$\nu_b^+ = \int_0^\infty \dot{z} f_{z\dot{z}}(b,\dot{z})d\dot{z} \qquad (1)$$

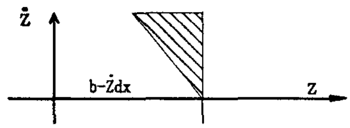


図-2

ガウス過程 $Z(x)$ おいては、その微分過程 $\dot{Z}(x)$ もまたガウス仮定に従う。さらに $Z(x)$ と $\dot{Z}(x)$ の共分散は $Z(x)$ の自己共分散関数（または、自己相関関数）を x で一回微分し $\rho_Z'(0)$ より求められる。$\rho_Z(\Delta x)$ が $\Delta x=0$ について対称なので $\rho_Z'(0)=0$ である。したがってこの時 $Z(x)$ と $\dot{Z}(x)$ は独立である。以上の理由により、$\delta_{z\dot{z}}(z,\dot{z})$ は次の様になる。

$$f_{z\dot{z}}(z,\dot{z}) = \frac{1}{2\pi\sigma_z\sigma_{\dot{z}}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{(z-\mu_z)^2}{\sigma_z^{\ 2}}+\frac{\dot{z}^2}{\sigma_{\dot{z}}^2}\right\}\right] \qquad (2)$$

従って

$$\nu_b^+ = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sigma_{\dot{z}}}{\sigma_z}\exp\left(-\frac{(b-\mu_z)^2}{2\sigma_z^{\ 2}}\right) \qquad (3)$$

ここに

$$\sigma_z^{\ 2} = \sigma_z^2\rho_z(0) \qquad \sigma_{\dot{z}}^2 = -\sigma_z^2\cdot\rho_z''(0) \qquad (4)$$

今もし、自己相関関数 ρ_Z がガウス型であると、

$$\rho_z(\Delta x) = \exp\left[-\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^2\right] \qquad (5)$$

よって $\rho_z(0)=1$、$\rho_z''(0)=-\dfrac{2}{a^2}$ より、

$$\sigma_z^2 = \sigma_z^2, \sigma_{\dot{z}}^2 = \frac{2\sigma_z^2}{a^2} \qquad (6)$$

(6) を (3) に代入すると

$$\nu_b^+ = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\cdot a}\exp\left[-\frac{(b-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] \qquad (7)$$

ここで、$b' = \dfrac{b-\mu_z}{\sigma_z}$ を標準化閾値と呼ぶ事にすると、(7) 式は、$\nu_{b'}^{+} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot a}\exp\left[-\dfrac{b'^2}{2}\right]$

図－3 に、a をパラメータとして $\nu_{b'}^{+}$ と b' の関係を示した。

2.2 閾値横断期待個数のシュミレーション

前節で示したように、閾値横断期待個数は、ある仮定のもとでは理論的に求められる。しかし、いろいろな状態における横断期待値を、近似的に評価するためには、モンテカルロシュミレーションは便利であると考えられている。この時、シュミレーションの間隔 Δx を広げすぎると、超過を見逃し、Δx を小さく取りすぎると、不経済なシュミレーションを行うことになる。本節では、適当な幅 Δx を決めるための基本的な考察を行う。

閾値 b' より Z が上にいる滞在長さの期待値を $E[\tau_{b'}^{+}]$ とすると、これは次の様に求められる。

$$E[\tau_{b'}^{+}]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot b'\cdot \nu_{b'}^{+}}\cdot\Phi(b')$$

この関係を示したのが図－4 である。この関係より $E[\tau']$ と Δx の比率を決めてやると、Δx を自己相関距離 a の何分の一に設定してやれば良いか定まる。

2.3 移動平均過程の閾値横断期待個数

N値などの地盤特性を表す指標で、応用上重要なのは、ある一点における地盤特性の値ではなく、ある長さ、面積や体積についての平均値であると考えるほうが合理的である。このような平均値の作る確率場を移動平均確率場(Moving average random field)と言う。

移動平均は一次元の場合、座標 x をその平均を取る長さの中心位置とすると、次の様に定義される。

$$ZD(x)=\frac{1}{D}\int_D Z(u)du \qquad (9)$$

Vanmarcke(1983)は、このような移動平均の分散の値を次の様に近似的に計算することを提案した。

$$\sigma_{ZD}^2=\sigma_Z^2\cdot\Gamma_Z^2(D) \qquad (11)$$

ただし、ここに $\Gamma_{Z_1}^2(D)$ は、分散関数(Variance Function)と呼ばれ、移動平均の平均領域の大きさ D の増加に伴い、分散の減少の度合いを表す関数であり、次の様になる。

$$\Gamma_Z^2(D)=1 \qquad D\le\delta_Z \text{ のとき} \qquad (13)$$

$$=\frac{\delta_Z}{D} \qquad D\ge\delta_Z \text{ のとき}$$

ここに、δ_Z は、確率場 Z に関する変動のスケール(Scale of flactuation)と呼ばれる値で、自己相関距離より容易に求まる。ちなみに、ガウス型の場合 $\delta_Z=\sqrt{\pi}\cdot a$ である。

紙面の関係上詳しい説明は省略するが、Vanmarcke(1983) は、このような移動平均場 $Z_D(x)$ の閾値横断期待個数 $\nu_{b',D}^{+}$ を、次の様に求めている。

$$\nu_{b,D}^{+}=\nu_{0,D}^{+}\exp\left\{\frac{-(b-\mu_Z)^2}{2\cdot\sigma_{Z\cdot D}^2}\right\}$$

ただし、

$$\sigma_{Z\cdot D}^2=\sigma_z^2\cdot\Gamma_Z^2(D)$$

$$\nu_{0,D}^{+}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot D}\left[\frac{1-\rho_Z(D)}{\Gamma_Z^2(D)}\right]^{1/2}$$

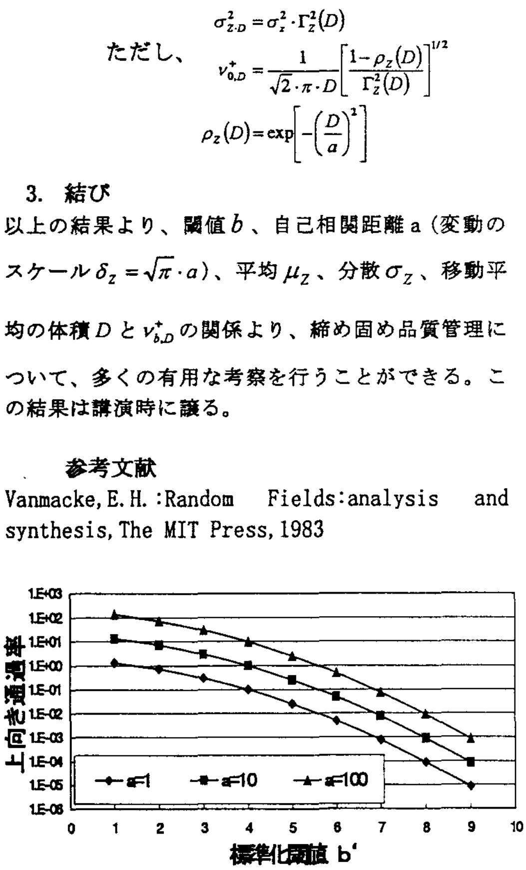
$$\rho_Z(D)=\exp\left[-\left(\frac{D}{a}\right)^2\right]$$

3. 結び

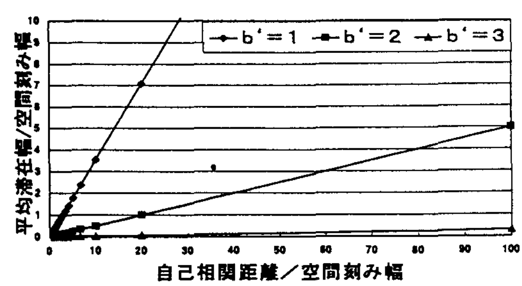
以上の結果より、閾値 b、自己相関距離 a（変動のスケール $\delta_Z=\sqrt{\pi}\cdot a$）、平均 μ_Z、分散 σ_Z、移動平均の体積 D と $\nu_{b,D}^{+}$ の関係より、締め固め品質管理について、多くの有用な考察を行うことができる。この結果は講演時に譲る。

参考文献

Vanmacke, E.H.:Random Fields:analysis and synthesis, The MIT Press, 1983



図－3



図－4