年降水量に対応する確率分布の種類の経年変化

信州大学工学部　正会員　寒川　典昭
信州大学工学部　　　　○林　　久志

1．はじめに

長野県下の長野市、松本市、飯田市、諏訪市、軽井沢町の5つの地域の過去の年降水量を対象とする。従来は定常頻度分析であったが、著者等は長野県の年降水量時系列に非定常性を示すことを明らかにしてきた。本稿では、この非定常性が確率分布の種類の非定常性をもたらしているかどうかを考える。そこで年降水量は経年変化をしていることが明らかになってきているので、降水量に正規分布と対数正規分布の確率分布モデルをあてはめた結果を示すとともに、各モデルによって得られる AIC の値から最適な確率分布を見つけ出す[1]。また、対象計画時点の確率水文量を求めて経年変化を見る。それによって、将来における利水計画に対処しようとするのが目的である。なお、ここでは多数の確率分布の中で適合度がよく、かつ AIC の値を最小にするような分布モデルが最も良いモデルであるという観点から確率水文量の経年変化を見てモデル評価を試みている。

2．用いたデータ

降水量データは上述の長野県下の 5 つの気象官署のものである。降水量データの期間は、長野で 1889 年～ 1997 年の 109 年分、松本、飯田で 1898 年～ 1997 年の 100 年分、諏訪で 1945 年～ 1997 年の 53 年分、軽井沢で 1926 年～ 1997 年の 72 年分である[2),3)]。移動部分標本の長さは 31 個である。

3．用いた確率分布

多数の確率分布モデルの中から理論上重要であり最もよく用いられる正規分布と対数正規分布の 2 つについて検討した。確率変数を x、その確率密度関数を f(x)とすると、f(x)はそれぞれ次のように書ける。

正規分布
$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}exp\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\} \quad \cdot\cdot\cdot \ (1)$$

対数正規分布
$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,x\sigma}exp\{-\frac{(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}\} \quad \cdot\cdot\cdot \ (2)$$

ここでμ，σは分布ごとに定まる定数であり、母集団分布の母数である。

4．AIC の結果と考察

一般に母数の数が多い確率分布モデルの方が、適合度が良くなることを留意しなければならない。モデルを評価する際には、式形が複雑でなく計算が簡単なことと、母数の個数が多すぎないことが基本的な要件である。AIC は次のように書ける。

AIC=-2 ＊（モデルの最大対数尤度）＋2 ＊（モデルの母数の個数）　　・・・(3)

モデルの最大対数尤度について、多数の確率分布モデルの当てはめを行った場合には尤度の大きさ自身が適合度の良否を知る上で重要となる。そこで尤度そのものよりもその対数をとった方が都合が良いから得られた対数尤度は次のように書ける。

正規分布
$$lnL(\mu,\sigma^2)=-\frac{n}{2}ln2\pi-\frac{n}{2}ln\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x-u)^2 \quad \cdot\cdot\cdot \ (4)$$

対数正規分布
$$lnL(\mu,\sigma^2)=-\frac{n}{2}ln2\pi-\frac{n}{2}ln\sigma^2-ln(\prod_{i=1}^{n}x_i)-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(lnx_i^2-\mu)^2 \quad \cdot\cdot\cdot \ (5)$$

母数の個数が増えると式 (3)の第 2 項は大きくなるが、適合度は良くなるので第 1 項は小さくなる。この関

係の中でAICの値を最小にするようなモデルが最も良いモデルである。上記5地域についてそれぞれAICの値を求め、ここで得られた2個の確率分布におけるAICの結果を観ると次のようになる。長野ではK=1～40までは対数正規分布の方がほぼ小さい値をとりK=41～79までは正規分布の方がほぼ小さい値をとった。松本ではK=1～70までのほとんどが正規分布の方が小さい値をとった。飯田ではK=1～30までは対数正規分布の方がほぼ小さい値をとりK=31～70までは正規分布の方がほぼ小さい値をとった。諏訪ではK=1～23までの全てが正規分布の方が小さい値をとった。軽井沢ではK=1～26までは対数正規分布の方が小さい値をとりK=27～42までは正規分布の方が小さい値をとった。この結果、長野、飯田、軽井沢で多少の違いはあるが、以前は対数正規分布の方が年降水量の確率分布モデルとして良いモデルであったと言うことができるが、近年では正規分布の方が良い確率分布モデルであると言うことができる。松本、諏訪では、明らかに正規分布の方が良い確率分布モデルであると言うことができる。以上より長野県内の5地域において、対数正規分布より正規分布の方がうまくあてはまることが多い確率分布モデルであることが分かった。AICの一例として長野におけるK=1～15までの値を表-1に示す。

表-1　AICの値

K	正規分布	対数正規分布
1	401.0	399.7
2	402.2	401.2
3	403.3	402.5
4	402.7	401.8
5	403.8	402.9
6	406.4	406.1
7	406.4	406.1
8	406.0	405.8
9	407.7	407.5
10	405.1	404.6
11	405.0	404.6
12	405.1	404.7
13	404.0	403.7
14	403.6	403.7
15	404.5	404.3

5．確率水文量の算定　（正規分布）

上記5地域の年降水量について、T=5, 10, 20, 30年に対する非超過確率水文量を算定し、経年変化の状況を見た。正規分布について、ここで得られた結果の1例として長野における年降水量の非超過5年確率水文量を図-1に示す。図-1を見ると長野ではゆっくりと減少傾向になっていることが分かる。ここで他のT=5，10，20，30年の時の状況を観ても、あまり変化の見られない地域もあるが、年降水量の確率水文量は長野、飯田、諏訪、軽井沢では減少傾向で、松本は増加傾向にあり、経年変化を示すと言える。

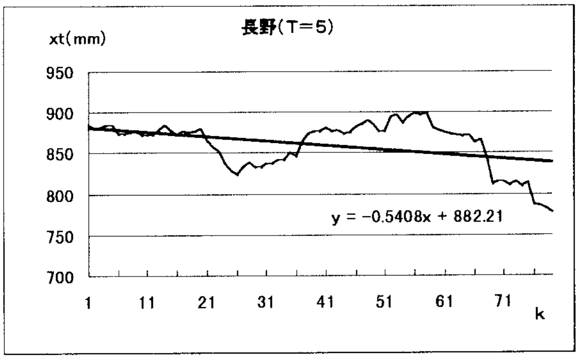

図-1　長野（T=5年）確率水文量

6. あとがき

本研究では、年降水量を用いて正規分布と対数正規分布について確率分布モデルの良否の検討を行い、確率水文量を算定した。得られたAICの結果から年降水量の確率分布モデルは、対数正規分布から徐々に正規分布に従ってきており、確率水文量は経年変化を示すことが分かった。今後は対数正規分布や他の分布[4)]の確率水文量の算定と最適なAICに対する確率水文量の時系列を検討したいと考えている。

［参考文献］

1）宝・高棹：水文頻度分析における確率分布モデルの評価基準、土木学会論文集、第393号／Ⅱ-9、pp.151-160、1988年。

2）長野地方気象台：信州の気候百年誌、pp.174-182、1988。

3）財団法人日本気象協会センター：長野県気象月報、1988年～1997年。

4）寒川：非定常な1変数最大エントロピー分布の提案、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、Ⅱ-38、pp.249-250、1998年。