

非線形 k-ε モデルによる開水路非定常流の三次元解析

四日市大学環境情報学部 正員 木村 一郎
京都大学工学研究科 正員 細田 尚

1. はじめに

本研究は角柱周辺の非定常3次元流に対して非線形k-εモデルの適用を試みるものである。まず、Lynによる矩形管水路における実験¹⁾と同条件で計算を行い、2次元的な流れ特性について計算結果と実験結果を比較する。次に、開水路における実験の再現計算を行い、流れの非定常性と3次元性について検討を行う。

2. 数値計算法

本研究で用いる基礎式は、3次元流れにおける連続式、運動方程式、k-方程式、ε-方程式から構成される。レイノルズ応力の構成則としては、次式に示される2次の非線形項を考慮した非線形k-εモデルを用いる。

$$-\overline{u_i u_j} = DS_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D \sum_{\beta=1}^3 C_{\beta} \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (1)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, D = C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}, S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r}, S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right), S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここに、 U ：アンサンブル平均流速、 k ：乱れエネルギー、 ε ：散逸率、 D ：渦動粘性係数を表わす。添え字 i, j, r は 1, 2, 3 の値をとり、総和の規則を用いる。また、 C_{μ} を定数としたモデルではせん断不安定に起因する渦運動を再現できない点が指摘されている²⁾。Gatski・Spezialeの理論³⁾では、 C_{μ} はストレイン・パラメータとローテーション・パラメータの関数になるが、簡単化のためストレイン・パラメータのみを考慮する。本研究では C_{μ} と S の関係式として、Kato・Lauder⁴⁾ がカルマン渦の解析に用いた式(3)を用いる。

$$C_{\mu} = \min \left[0.09, \frac{A_2}{1 + A_4 (\min[20, S])^{1.5}} \right], S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (3)$$

3. 数値計算法の検証

(1) 対象実験の概要：数値計算法の検証のため、Lyn による角柱周辺の流れに関する実験¹⁾と同条件で計算を行う。実験は幅 56cm × 高さ 39cm の長方形断面の管水路で行われている。角柱の断面形状は一边の長さが $D=4\text{cm}$ の正方形で、角柱の高さは 39cm である。また、 D を代表長さとした場合のレイノルズ数は、 $Re=2.2 \times 10^4$ である。

(2) 数値計算の条件：計算格子は可変直交格子とし、格子数は主流方向が 94、横断方向が 54、鉛直方向が 10 である。境界条件は、上流端では主流流速 $U_0=55\text{cm/s}$ を一様に与え、下流端では勾配 0 の条件を用いた。また、壁面の k と ε は Wall Function 法で与えた。

(3) 数値計算結果の考察：図-1 は、 x 軸上の主流方向の流速の時間平均値を実験結果と比較したものである。計算結果は実験に比べて角柱背後の逆流域の流速が小さく、流速の立ち上がりが遅い。 x が大きくなると無次元流速が 0.6 に収束する点は実験と一致する。Fig.3,4 は、それぞれ、 $\overline{U'U'}/U_0^2$ 、 $\overline{V'V'}/U_0^2$ の x 軸上の分布を比較したものである。ここに、 $U' = U - \overline{U}$ 、 $V' = V - \overline{V}$ ($\overline{U}$, $\overline{V}$: 時間平均値)

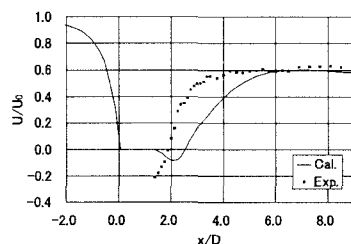
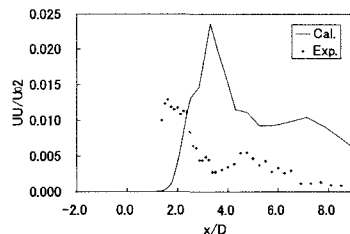
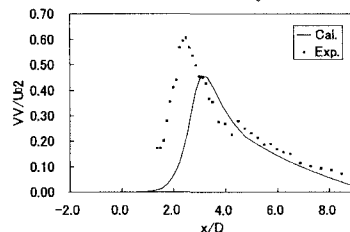
図-1 x 軸上時間平均流速 U の分布図-2 x 軸上の $\overline{U'U'}/U_0^2$ の分布図-3 x 軸上の $\overline{V'V'}/U_0^2$ の分布

表-1 開水路における実験条件

h_0 (cm)	U_0 (cm/s)	B/D	Re	Fr
1.14	18.18	5	8400	0.54

である。図-2,3ともに、計算結果のピーク位置が実験よりも下流にずれている。特に、図-2では実験との適合性が悪く、計算結果のピーク値が実験値の約1.7倍となっている。しかしながら、ピークが2箇所現れている点など、定性的特性はある程度一致している。図-3ではピーク値が実験値のおよそ75%の値となっているものの、ピークの下流側($x/D > 3$)では、計算結果と実験結果は良好に適合している。

このように、角柱直後の流況を十分再現できていないものの、流れの定性的特性はほぼ再現されており、数値計算法の角柱周辺の流れに対する適用性が示されたものと考えられる。

4. 開水路における角柱周辺の流れの数値計算

(1) 流れ場と格子分割: 実

験は、長さ30m、幅20cmの長方形断面の亚克力製開水路で行われた。角柱の一边の長さは $D=4\text{cm}$ である。実験の水理条件等は表

-1に示す。計算格子数は主流方向が120、横断方向が36、鉛直方向が10である。

(2) 自由水面の取扱い: 表層のコントロール・ボリュームにおける連続式と運動方程式については、岩佐らの方法⁵⁾にならい、水面変動を計算する。水面近傍の鉛直方向の乱れ減衰を考慮する方法は種々提案されているが、本研究では簡単に表層から一つ下の格子における k の0.8倍を表層の k とした。表層の ε には杉山ら⁶⁾による方法を用いた。

(3) 計算結果の考察: 図-4は、水深の半分の位置における平面流況を示したものであり、カルマン渦の発振が再現されている。カルマン渦のストローハル数は、実験結果が0.231、計算結果が0.253であり、計算値の方が10%程度大きい。図-5には横断面内の流況を示した。角柱の両側に斜め下方へ向かう流れがみられ、これが底面に衝突して側岸に向かっていく。一方、図-6には中心線に沿う縦断面内の流況を示した。角柱に衝突した流れが下方に回り込み、時計回りの渦を形成している。図-5,6に示される流れは馬蹄渦に対応するものと考えられるが、明確な馬蹄渦の形成には至っていない。流れ特性をさらに検討するため、水深を3倍($h_0=3.42\text{cm}$)として計算を行った。図-7はこの場合の平面流況であり、図-4と比べるとカルマン渦の発生位置が下流側に移動している。図-8に示す横断流況には、図-5と比較して断面内の渦がより明確に現れている。このことから、水深が大きい場合には馬蹄渦がより明確に生じることがわかる。

参考文献: 1) Lyn, D. A.: ERCOFTAC Database, Case 43, (1992). 2) Hosoda, T. et al.: Proc. 11th Symp. Turbulent Shear Flows, Vol.2 (1997), 19. 3) Gatski, T.B. et al.: J. Fluid Mech., 254(1993), 59. 4) Kato, M. et al.: Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flows, Vol.1 (1993), P10-4. 5) 岩佐ほか: 京大防災年報, 34号 B-2 (1991), 337. 6) 杉山ほか: 土木学会論文集 515(1995), 55. 7) Bosch, G. et al.: Int. J. Numerical Methods in Fluids, 28(1998), 601.

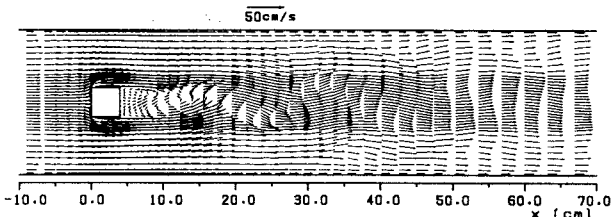


図-4 水深 $z=h/2$ における平面流況 ($h/D=0.285$)

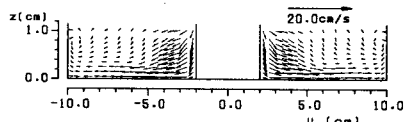


図-5 横断面内の流況 ($h/D=0.285$)

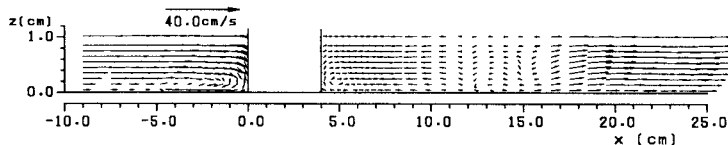


図-6 縦断面内の流況 ($h/D=0.285$)

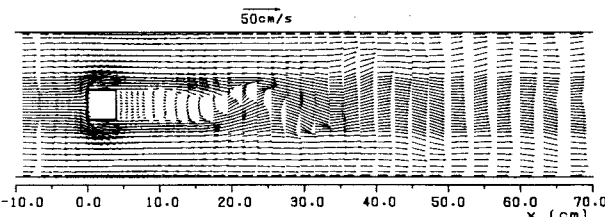


図-7 水深 $z=h/2$ における平面流況 ($h/D=0.855$)

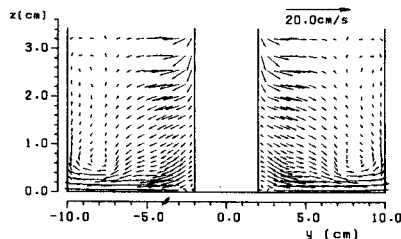


図-8 横断面内の流況 ($h/D=0.855$)