

先端に集中質量をもつ鉛直ケーブルの動力学性状について

大同工業大学大学院 学生員 ○加藤秀一
 大同工業大学 山本 実
 大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. はじめに 先端に集中質量をもつ鉛直ケーブルは、吊橋や吊屋根のハンガーロープ、またクレーンケーブルとして広く用いられている。このようなケーブルの動力学性状は、ケーブルの長さや集中質量の大きさが変化することにより大きく異なってくるので、この種のケーブルを設計する上で配慮する必要がある。

本文では、図-1に示すような先端に集中質量をもつ鉛直ケーブルの振動解析と先端に周期変動荷重を与えた場合の動的応答解析を行い、ケーブルの運動特性や張力応答性状に与える周期変動荷重の振動数比や集中質量の大きさなどの影響について検討を行っている。

2. 解析手法 先端に集中質量をもつケーブルシステムの運動方程式を、Total Lagrangian 表現と仮想仕事の原理を用いて定式化している。ケーブルは3節点ケーブル要素で離散化し、Viscous Relaxation 法を用いてケーブルの初期つり合い形状解析を行い、初期つり合い形状を中心にした微小振幅振動を仮定し、自由振動解析を行っている¹⁾。

また、動的応答解析では Newmark の β 法を用いている。式の定式化にあたり、次のような解析仮定を設けている。(1) ケーブルは弾性材料であり、また単軸応力を仮定する。(2) ケーブルの曲げとねじりの影響は無視する。(3) 減衰の影響は無視する。(4) 有限ひずみと有限変位の影響を考慮する。時間 $t+\Delta t$ における運動方程式は、増分反復法において増分値を時間ステップで置き換えることにより、ケーブルの非線形運動方程式として次式で表される。

$$[M] \{ \ddot{u} \}^{t+\Delta t} + [{}^{t+\Delta t} K_T] \{ \Delta u \} = \{ {}^{t+\Delta t} P \} - \{ {}^t F \} \quad (1)$$

ここで、 $[{}^{t+\Delta t} K_T]$ = 接線剛性マトリックス、 $[M]$ = 質量マトリックス、 $\{ \Delta u \}$ = 増分変位ベクトル、 $\{ {}^{t+\Delta t} \ddot{u} \}$ = 加速度ベクトル、 $\{ {}^{t+\Delta t} P \}$ = 外力ベクトル、 $\{ {}^t F \}$ = 内力ベクトルである。

$$\text{ケーブルの先端に作用する周期変動荷重は、} P(t) = P_0 \{ 1 + \alpha \sin(\beta \omega_1 \times t) \} \quad (2)$$

で仮定している。ここで、 $\alpha = P_d/P_0$ 、 $\beta = \omega_d/\omega_1$ であり、 P_d は動的荷重の振幅、 P_0 は集中質量の重量、 ω_0 と ω_1 は動的荷重の円振動数とケーブルの固有円振動数を示す。

3. 数値計算例と考察 ここでは、先端に集中質量、 M をもつ2次元鉛直ケーブルの振動数パラメータ、

$\gamma = 2\omega\sqrt{L/g}$ に与える質量比、 M/m の影響や、先端で周期変動荷重を与えた場合の動的応答に与える変動荷重の振動数比などの影響について検討する。なお、表-1 質量比に与える振動数パラメータ γ の影響

数値計算例では、ケーブルの初期長さ、 $L_0=50(\text{m})$ 、ケーブルの初期断面積、 $A_0=0.000491(\text{m}^2)$ 、ヤング係数、 $E=2.1\text{E}10(\text{kgf}/\text{m}^2)$ 、単位長さ重量、 $W_0=7.5(\text{kgf}/\text{m})$ 、ケーブルの全質量、 $m=38.267(\text{kg})$ を用いている。また、ケーブルは3節点ケーブル要素を用いて32要素に分割している。表-1には、図-1に示したケーブルの振動数パラメータ、 $\gamma = 2\omega\sqrt{L/g}$ に与える質量比の影響が示してある。ここで、質量比を0から100まで変化させている。また比較のため

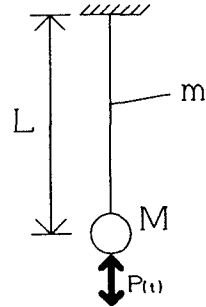


図-1 先端で周期変動荷重を受ける鉛直ケーブル
 $A_0=0.000491(\text{m}^2)$, $E=2.1\text{E}10(\text{kgf}/\text{m}^2)$
 $W_0=7.5(\text{kgf}/\text{m})$, $m=38.267(\text{kg})$

M/m	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
0	2.405 (2.405)	5.520 (5.520)	8.654 (8.654)	11.792 (11.792)	14.934 (14.931)
1	2.112 (2.113)	8.163 (8.163)	15.475 (15.475)	22.960 (22.960)	30.494 (30.493)
5	2.030 (2.030)	14.997 (14.998)	29.581 (29.581)	44.255 (44.225)	58.952 (58.951)
10	2.017 (2.016)	20.552 (20.553)	40.808 (40.808)	61.129 (61.129)	81.468 (81.466)
13.3	2.012	23.537	46.816	70.152	89.770*
50	2.003 (2.001)	44.738 (44.739)	46.90* (46.85*)	89.344 (89.344)	133.98 (133.98)
100	2.001	33.341*	63.049	126.01	188.99

$\gamma = 2\omega(L/g)^{1/2}$, *: 軸方向モード, (): 厳密解²⁾

めに、Woodward により求められた解析解²⁾も示してある。これより、質量比が大きくなると、低次モードに軸方向モードが生じてくる。また、1次の振動数パラメータは、質量比にあまり影響されない剛体モードが生じる。図-1に示すような周期変動荷重を受ける鉛直ケーブルの動的応答解析には、簡易的なバネ-質量モデルが用いられる。しかし、長いケーブルの場合には、ケーブル軸に沿って生じる張力応答や変位応答が一様でなくなり、また、波動伝播の問題が顕著に生じてくるので、連続体モデルを適用する必要がある。図-2

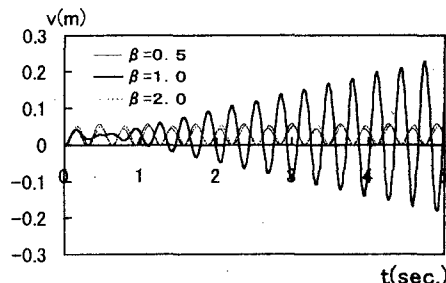


図-2 鉛直変位応答に与える β の影響

には、先端で周期変動荷重を受ける図-1に示す鉛直ケーブルの自由端の変位応答に与える β の影響が示してある。ここで、 $M/m=13.3$ 、 $\alpha=$

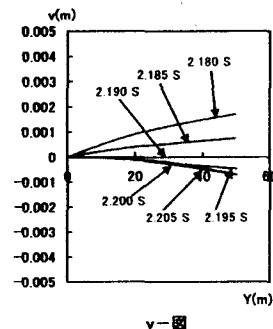
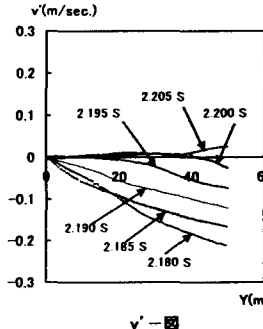
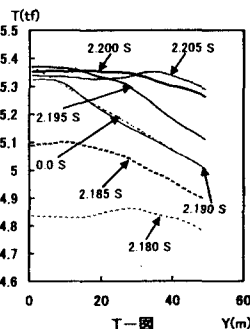
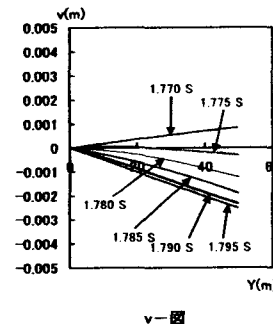
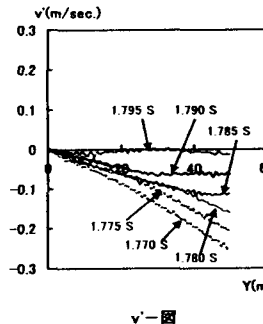
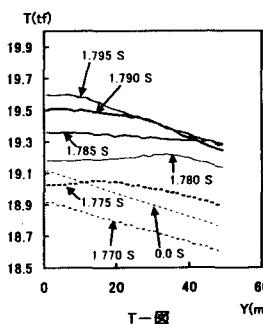


図-3 ケーブル軸に沿った各時刻での応答結果; $\alpha=0.2$, $\beta=0.5$, $M/m=13.3$

0.2 に仮定している。また、 β は0.5から2.0に変化させている。これより、 $\beta=1.0$ の場合には、顕著な共振現象がみられる。図-3と4には、それぞれ比較的緩く張られた場合



($M/m=13.3$)と 図-4 ケーブル軸に沿った各時刻での応答結果; $\alpha=0.2$, $\beta=0.5$, $M/m=50.0$

強く張られた場合($M/m=50$)の鉛直ケーブルの軸線に沿った与えられた時刻での張力応答(T)、速度応答(v')と変位応答(v)が示してある。ここで、 α は0.2、 β は0.5に仮定している。また、ケーブル内を伝わる縦波の伝播速度、 $C=\sqrt{E/\rho}$ は3670m/sである。これらの図から、張力応答には縦波の波動伝播の影響が顕著にみられ、固定端からの反射波により、時刻の経過とともにケーブル軸に沿った張力がほぼ一定になる。速度応答では、張力が減少するに従い速度は増加していくが、張力応答が最大のところで速度がほぼ0になる。また強く張られた場合には、ケーブルの張力が増大すると、速度応答に複雑な波動性状がみられる。一方変位応答は、どちらの図も同じような傾向がみられており、ケーブル軸に沿ってなめらかな変位性状を示す。

4. おわりに 本文で得られた結果は以下のようにまとめられる。(1) 張力応答図から縦波の波動伝播による影響を把握することができる。(2) 強く張られた場合には、ケーブルの張力が増大すると、速度応答が複雑な波動性状を示す。(3) 変位応答は、ケーブル軸に沿ってなめらかな変位性状を示す。

参考文献 1) 加藤他: 3次元単一ケーブルの自由振動特性について, 第53回年次学術講演会講演概要集 第1部(A), pp452-453, 1998. 2) J.H.Woodward: Frequencies of a hanging chain supporting an end mass, J.Acoust. Soc. Am.49, 1675-1677, 1971.