板要素の繰り返し荷重下の挙動に及ぼす初期不整の影響

豊田工業高等専門学校　正 員 川西 直樹
名古屋工業大学　正 員 後藤 芳顯

1．概 要

従来，有限要素モデルに残留応力と初期たわみを導入する場合，これらをそれぞれ独立なものであるとし，残留応力は初期応力によって，初期たわみは節点座標にあらかじめ与えておくことによって処理されてきた（「従来型導入法」と称す）．しかしながら，初期応力を導入した瞬間，構造の部分的なつり合い条件は満足されず，これにより不可避的に発生する不つり合い力の影響により，変位増分が発生する．結果として，意図した残留応力や初期たわみの状態が再現できなくなり，以降に行われる解析に不正確な結果をもたらす可能性がある．初期不整の導入方法として，小松らが示した「仮想外力による方法」[1]は，この点を配慮した先駆的な研究であるといえるが，この方法を汎用構造解析プログラムに適用することは難しい．そこで本研究では，汎用構造解析プログラムを利用することを念頭に置いた初期不整の正確な導入方法（「逆解析的導入法」と称す）を提示する[2]．この方法を利用し，初期不整を有する板要素に繰り返し荷重を載荷した解析を行い，初期不整が板構造物の終局挙動に及ぼす影響を検討する．

2．逆解析的導入法

初期状態をQ_0とし，この状態における応力を$\sigma_{ij}^{(0)}$と変位を$u_i^{(0)}$と表す．また，導入目標となる残留応力をσ_{ij}^{R}，初期たわみをu_i^{G} とし，載荷する初期応力σ_{ij}^{I}と無応力時の初期たわみをu_i^{I}と表現したとき，それぞれの変数間で次の二式が同時に成立しなければならない．

$$\sigma_{ij}^{R} = \sigma_{ij}^{(0)} = \sigma_{ij}^{I} + \Delta\sigma_{ij}^{(0)} \quad , \quad u_i^{G} = u_i^{(0)} = u_i^{I} + \Delta u_i^{(0)} \tag{1.a,b}$$

ここで，$\Delta\sigma_{ij}^{(0)}, \Delta u_i^{(0)}$は初期応力の載荷にともなう応力増分，変位増分である．

本研究では逆解析的なアプローチにより，式(1.a,b)を満足する初期応力σ_{ij}^{I}と無応力時の初期たわみu_i^{I}を設定する方法を提示する．

（a） 第1ステップ　このステップは第２ステップの初期値を定めるものであり，線形重ね合わせの法則が成り立つことを前提とした手法である．なお，非線形性の影響に対する修正は第２ステップにより実施する．はじめに，有限要素法による数値解析で離散的なグリーン関数を求める．具体的には，ある無応力時初期たわみを有した対象物に単位初期応力を１個所ごとに順次載荷し，このときそれぞれの載荷ケースで発生する応力と変位を記憶していく．ちなみに，ある単位初期応力$\{\bar{\sigma}^I\}_m$を載荷し，その解析が終了したときの応力と変位は次のように表される．

$$\{\bar{\sigma}\}_m = \{\bar{\sigma}^I\}_m + \{\Delta\sigma\}_m \quad , \quad \{u\}_m = \{\bar{u}^I\} + \{\Delta u\}_m \tag{2.a,b}$$

式(2.a)の応力$\{\bar{\sigma}\}_m$を線形結合し，これと残留応力$\{\sigma^R\}$との差が最小となるように結合係数を決定する．

$$\Pi = \left| a_1\{\bar{\sigma}\}_1 + \cdots + a_n\{\bar{\sigma}\}_n - \{\sigma^R\} \right|^2 \quad \rightarrow \quad \min. \tag{3}$$

式(3)より決定される結合係数a_iを用いて，次のように初期たわみの修正ベクトルを計算する．

$$\{\Delta\bar{u}^I\} = \{u^G\} - \{\bar{u}^I\} - a_1\{\Delta u\}_1 - \cdots - a_n\{\Delta u\}_n \tag{4}$$

ここで，式(4)の修正ベクトルのノルムが収束条件値以下となれば第１ステップは完了するが，これが満たされない場合には，上記の修正ベクトルを$\{\bar{u}^I\}$に加え，上記の一連の計算を再度行う．

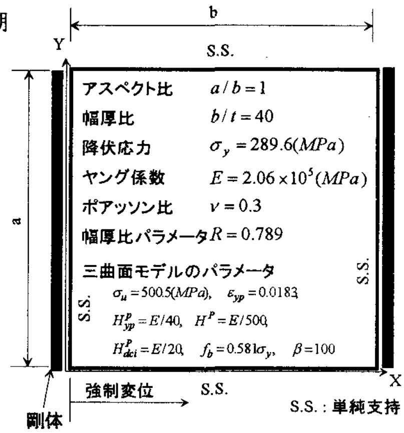
（b）第2ステップ 第1ステップにより求めた無応力時の初期たわみ$\{\bar{u}^I\}$を有した系に，次のような初期応力を載荷し,有限変位解析を実施する．

$$\{\sigma^I\}=a_1\{\bar{\sigma}^I\}_1+\cdots+a_n\{\bar{\sigma}^I\}_n \tag{5}$$

これにより生じた応力，変位を計算しておき，$\{\sigma^I\}$と$\{\bar{u}^I\}$の修正ベクトルを計算する．

$$\{\Delta\sigma^I\}=\{\sigma^R\}-(\{\bar{\sigma}^I\}+\{\Delta\sigma\})\ ,\ \{\Delta\bar{u}^I\}=\{u^G\}-(\{\bar{u}^I\}+\{\Delta u\}) \tag{6a.b}$$

上式それぞれのノルムを計算し，これがそれぞれの収束条件を満足すれば，このとき与えた$\{\sigma^I\}$と$\{\bar{u}^I\}$が解となる．収束条件が満足されない場合には，式(6)をもとに初期応力$\{\sigma^I\}$，無応力時の初期たわみ$\{\bar{u}^I\}$のそれぞれに修正を与え，再び解析を行う．



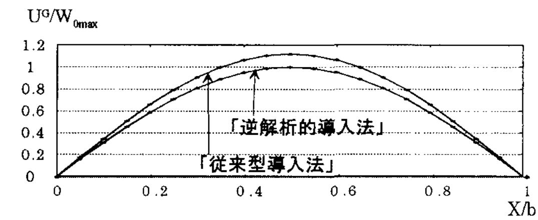
図−1 周辺単純支持板とその諸元

3．数値計算例

解析対象は，繰り返し圧縮力を受ける「周辺単純支持板」とし，軸直角（Y）方向に関する対称性を考慮し，1/2モデルにより解析を行う．図－1に解析対象の諸元を示す．材料構成則には，文献3)で示される三曲面モデルを使用する．導入目標となる残留応力分布は引張り＋0.9σ_y，圧縮−0.2σ_yの矩形分布とし，初期たわみは次式により定義した．

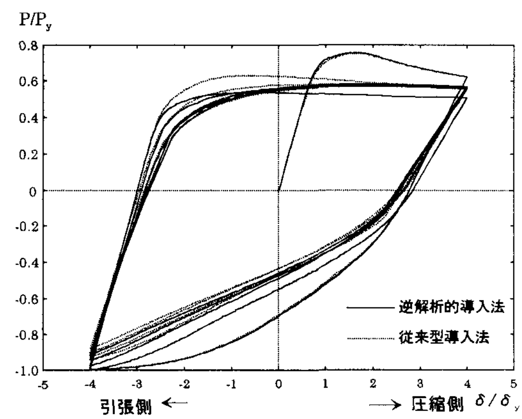
$$W_0=W_{0\max}\sin\left(\pi X/a\right)\sin\left(\pi Y/b\right)\ ,\ W_{0\max}=b/150 \tag{7}$$

「従来型導入法」と「逆解析的導入法」それぞれによる初期たわみを図-2に示す．この図より，「逆解析的導入法」によった場合，導入目標である式(7)との差は非常に小さく，導入目標を近似的に十分満足している．一方，「従来型導入法」ではたわみが過大に導入されており，10%以上初期たわみに誤差が生じている．



図−2 支間中央(Y=a/2)の初期たわみ

繰り返し荷重の載荷は，±4δ_y（δ_y:初期降伏変位）の一定振幅の両振りとし，5cycle行う．



図−3 一定振幅両振載荷時の 荷重−変位曲線

このときの両導入法それぞれに関する荷重−変位曲線を図−3に示す．この図より，最初の圧縮載荷時の挙動は，過大な初期たわみが導入された「従来型導入法」の方が最大荷重が若干小さくなっているが，両導入法ともほぼ同一の結果となっている．また，一度引張られた後の圧縮載荷時において，両導入法の経路に比較的大きな差が生じている．ただし，この差はサイクル数が増えてくるにつれて少しずつ解消されていく傾向にある．このような現象に関する詳しい理由については現在究明中であるが，導入した初期不整の大きさの違いが，繰り返し載荷時の挙動に影響をもたらす可能性があることを示唆するものであると考えられる．

参考文献

1)小松ら，残留応力および初期たわみを有す圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集第244号,1975

2)川西・後藤，鋼構造物の有限要素解析における残留応力と初期たわみの導入法について，構造工学論文集（投稿中）

3)後藤ら，繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素法による解析と材料構成則，土木学会論文集，No.591/I-43，1998.4