繰り返し荷重を受ける 鉄筋コンクリート柱の大変形解析

名古屋大学 工学部　学生会員 園部 了
名古屋大学大学院工学研究科　正会員 田邊 忠顕

1．はじめに

通常のコンクリート構造解析および設計において基礎としている理論は、いわゆる微小変形弾性論である。しかし、部材あるいは、構造物が終局状態に近くなると、変位、変形が大きくなり、有限変形あるいは大変形理論(finite deformation または large deflection theory)によって解析したほうが妥当である場合が多くなる。

本研究では、曲げ変形ならびにせん断変形を考慮した棒部材に対する有限変形理論に基づいた有限要素法で、大変形問題を解析した。

2．解析方法

解析の対象としては、大変形を考慮した、上下方向に荷重を載荷した繰り返し応力を受ける任意断面上のＲＣ柱である。

（1）繰り返し荷重を受けるコンクリートの応力―ひずみ曲線

任意断面のコンクリートの応力―ひずみ関係は図―1 (a) に示すように圧縮領域にあっては、ひずみが ε_{co} (圧縮強度時のひずみ) までは二次曲線とし、それ以降 ε_u まで直線的に応力が減少するとした。応力降下直線の勾配はスターラップ量およびコンクリートの圧縮強度によって影響され、その影響の程度の定式化については、Darwin－pecknold モデルによる。

（2）繰り返し荷重を受ける鉄筋の応力―ひずみ曲線

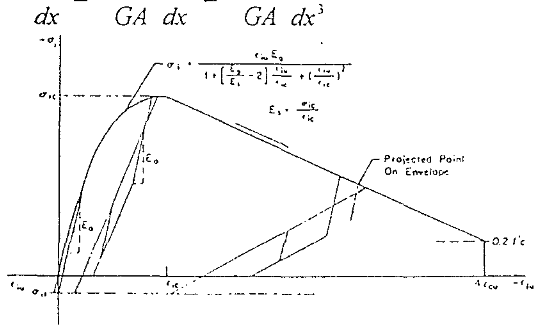
鉄筋の応力ひずみ関係は図―1 (b)に示すように、最初の単調増加荷重は降伏点までは、線形を保ち、降伏点を越えると初期勾配の 1/100 の傾きで応力は上昇するとした。除荷した後の定式化は、giuffre-menegotto-pinto モデルを用いる。

（3） 大変形問題の定式化

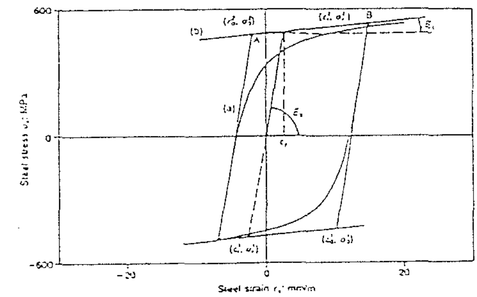
有限変形理論を支配する仮想仕事方程式を用いて、次のように、等価な増分形剛性方程式を求め、せん断変形を含む大変形の定式化を行う。

せん断変形による、梁のたわみ v_s は釣り合いを考えることで次のようになる。

$$\frac{dv_s}{dx} = -\frac{1}{GA}\frac{dM}{dx} = -\frac{EI}{GA}\frac{d^3 v_b}{dx^3} \tag{1}$$



図—1 (a)
コンクリート (Darwin-pecknold モデル)



図－１ (b)
鉄筋 (giuffre-menegotto-pinto モデル)

ここでv_bは曲げによるたわみ変位増分、GAは有効断面のせん断剛性であり、RC部材のクラック状態などに依存する。

式(1)は曲げ変形とせん断変形との関係式であり、部材の変位増分を次多項式と仮定すると、各変位増分の変位関数は次のように表わされる。

$$w=[N_u]\{du\} \quad v_b=[N_{vb}]\{dv\} \quad v_s=[N_{vs}]\{dv\} \tag{2}$$

$$N_u=\left[1-\frac{x}{L},\frac{x}{L}\right]$$

$$N_{vb}=\left[1+\frac{6k}{L^2}-\frac{3}{L^2}x^2+\frac{2}{L^3}x^3,-\frac{12k^2}{L^3}-\frac{4k}{L}+\left(\frac{12k}{L^2}+1\right)x+\left(-\frac{6k}{L^3}-\frac{2}{L}\right)x^2+\frac{1}{L^2}x^3,\right.$$
$$\left.\frac{6k}{L^2}-\frac{3}{L^2}x^2+\frac{2}{L^3}x^3,\frac{12k^2}{L^3}-\frac{2k}{L}+\left(\frac{6k}{L^3}-\frac{1}{L}\right)x^2+\frac{1}{L^2}x^3\right]$$

$$N_{vs}=\left[\frac{6k}{L^2}-\frac{12k}{L^3}x,\frac{12k^2}{L^3}+\frac{4k}{L}-\frac{6k}{L^2}x,-\frac{6k}{L^2}+\frac{12k}{L^3}x,-\frac{12k^2}{L^3}+\frac{2k}{L}-\frac{6k}{L^2}x\right]$$

ここに、$k(=EI/GA)$は曲げ剛性とせん断剛性の比を表わす係数で、せん断剛性が無限大ならば変位関数は一般によく知られているものと一致する。また、$\{du\}\{dv\}$はそれぞれ部材の軸方向および鉛直方向の節点変位増分ベクトルで、次式で表わされる。

$$\{du\}^T=[w_1,w_2] \quad \{dv\}^T=[v_1,\theta_{b1},v_2,\theta_{b2}] \tag{3}$$

上式中、v_i,θ_{bi} $(i=1,2)$はそれぞれi節点におけるたわみ増分、曲げによるたわみ角増分である。節点のせん断回転角は、式(1)より曲げによる回転角に依存しており、節点の回転角増分を曲げによる回転角増分で表わすことで、梁要素は式(3)の6自由度を考えるだけでよくなる。

式(2)を仮想仕事の式に代入することにより次式の梁要素の増分形剛性方程式を得る。

$$\left([K]+[K_0]+[K_g]\right)^{(n)}\{\Delta d\}^{(n+1)}=\{\Delta F\}^{(n+1)}+\{F_r\}^{(n)}$$

ここに、上付きの$(n+1)$または(n)はそれぞれ、第$(n+1)$あるいは第(n)段階における諸量を表わす。また$[K],[K_0],[K_g]$はそれぞれ、構造物の剛性マトリックス、初期ひずみマトリックス、幾何剛性マトリックスである。$[F_r]$はn段階における釣り合い方程式が完全に満足されないために生じる不平衡力である。式(4)が 第(n)段階の応力・変位の分布が既知であるとき、第$(n+1)$段階の変形を決定する方程式である。

(4)解析モデル

本研究の解析で用いるモデルは、15×20×250cm で、主鉄筋D13(SD345 使用：降伏点 368N/mm²引張り強さ 561N／mm²)の複鉄筋コンクリート柱である。(図2)

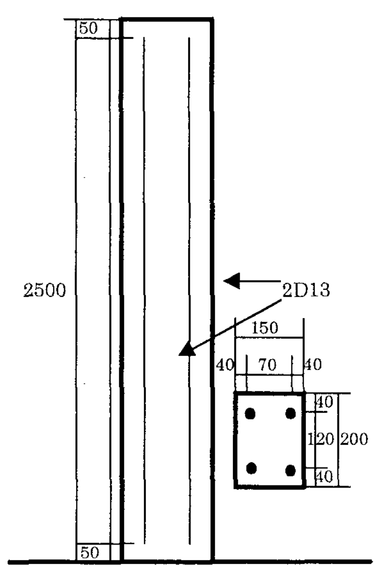


図2．解析モデル