熱伝導場におけるマスコンクリート構造物の均質化解析

名古屋大学大学院工学研究科　学生員　○西條 泰弘
名古屋大学工学部　正会員　清木 隆文
名古屋大学工学部　正会員　市川 康明

1. はじめに

ダムに代表されるマスコンクリート構造物では、その熱放散が悪いことから温度応力の問題は重要視され議論が続いている[1)]。しかし、コンクリートの温度応力発生のメカニズムに対する理論的根拠は、今まで十分に確立しているとは言い難い。コンクリートは一般に骨材とモルタル(砂とセメントと水)から構成される複合材料であり、その熱特性ならびに力学特性はこれらの構成材料の混合割合、養生環境(セメントの発熱)、骨材の粒度・形状・配置などにより決定される。本研究では、このような複合材料であるマスコンクリート構造物に対して微視的な周期構造特性を仮定して均質化理論[2)]による非定常熱伝導解析を行う。

2. 非定常熱伝導問題の均質化法

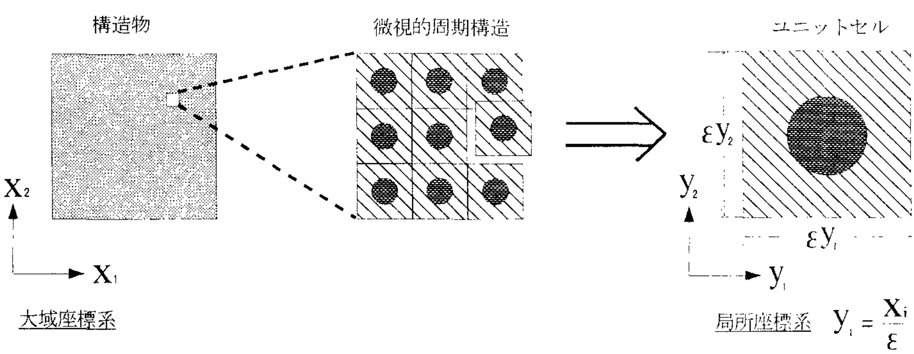

図-1 微視的周期構造を有する材料とユニットセル

均質化法は図-1のような微視レベルで非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対して、その構造を反映した巨視レベルの材料定数を求め、さらに巨視的な解析解から微視的な解を求めることができる理論である。以下に非定常熱伝導問題における均質化法の適用を述べる。

支配方程式：

$$\rho^\varepsilon c^\varepsilon \frac{\partial \theta^\varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(k_{ij}^\varepsilon \frac{\partial \theta^\varepsilon}{\partial x_j}\right) - \rho^\varepsilon f^\varepsilon = 0 \qquad \text{in } \Omega^\varepsilon \tag{1}$$

ここに、θ^εは温度であり空間および時間の関数となる。ρ^εは密度、c^εは比熱、k^εは熱伝導係数、f^εは単位体積あたりの熱のわき出しである。
いま大域温度関数 $\theta^\varepsilon(\boldsymbol{x})$ をつぎのように摂動展開する。

$$\theta^\varepsilon(\boldsymbol{x};t) = \theta^0(\boldsymbol{x};t) + \varepsilon\theta^1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t) + \varepsilon^2\theta^2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t) + \cdots ; \qquad \boldsymbol{y} = \frac{\boldsymbol{x}}{\varepsilon} \tag{2}$$

ここで、θ^i は $\boldsymbol{y}$ に関して" Y-periodic "な関数である。すなわち、y_j 方向のユニットセルの大きさをY_j として $\theta^i(\boldsymbol{x}, y_j + Y_j) = \theta^i(\boldsymbol{x}, y_j)$ が成り立つ。いま $\varepsilon \to 0$ の極限においては $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ は独立になるので、微分は $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ に関する微分に分けて書かれて

$$\frac{d}{dx_i} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial y_i} \tag{3}$$

と変換されるので、支配方程式(1)より次の２式{式(4), 式(7)}を得る。

微視問題($O(\varepsilon^{-1})$項)：

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[k^{\varepsilon}_{ij}\left(\frac{\partial\theta^0}{\partial x_j}+\frac{\partial\theta^1}{\partial y_j}\right)\right] = 0 \tag{4}$$

局所系における特性関数χ_kを

$$\theta^1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t) = -\chi_k(\boldsymbol{y})\frac{\partial\theta^0(\boldsymbol{x};t)}{\partial x_k} + c(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

と定義すると、微視的単位周期構造体(ユニットセル)における微視問題が以下のように得られる。

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[k^{\varepsilon}_{ij}\left(\delta_{kj} - \frac{\partial\chi_k}{\partial y_j}\right)\right]\frac{\partial\theta^0}{\partial x_k} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial y_i}\left[k^{\varepsilon}_{ij}\left(\delta_{kj} - \frac{\partial\chi_k}{\partial y_j}\right)\right] = 0 \tag{6}$$

巨視問題($O(\varepsilon^{0})$項)：

$$\rho^{\varepsilon}c^{\varepsilon}\frac{\partial\theta^0}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left[k^{\varepsilon}_{ij}\left(\frac{\partial\theta^0}{\partial x_j}+\frac{\partial\theta^1}{\partial y_j}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial y_i}\left[k^{\varepsilon}_{ij}\left(\frac{\partial\theta^1}{\partial x_j}+\frac{\partial\theta^2}{\partial y_j}\right)\right] - \rho^{\varepsilon}f^{\varepsilon} = 0 \tag{7}$$

上式にユニットセルに対する平均化を施すとつぎの巨視問題が得られる。

$$\rho^H c^H\frac{\partial\theta^0}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(k^H_{ij}\frac{\partial\theta^0}{\partial x_j}\right) - \rho^H f^H = 0 \tag{8}$$

ここで、

$$\rho^H = \frac{1}{|Y|}\int_Y \rho^H dy\ ;\quad c^H = \frac{1}{|Y|}\int_Y c^{\varepsilon} dy\ ;\quad k^H_{ij} = \frac{1}{|Y|}\int_Y k^{\varepsilon}\delta_{ik}\left(\delta_{jk} - \frac{\partial\chi_j}{\partial y_k}\right)dy\ ;\quad f^H = \frac{1}{|Y|}\int_Y f^{\varepsilon}dy$$

とおいた。なお $|Y|$ はユニットセル内の体積を表す

そして 式(6)，式(8)，式(7) よりそれぞれ χ_k，θ^0，θ^2 が順に求まり

$$\theta^{\varepsilon}(\boldsymbol{x};t) \simeq \theta^0(\boldsymbol{x};t) + \varepsilon\theta^1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t) + \varepsilon^2\theta^2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};t) \tag{9}$$

としてユニットセル内の'温度分布'を近似的に求めることができる。

3. 数値解析

今回の解析においては、熱伝導係数については等方性と仮定する ($k_{ij} \Rightarrow k\delta_{ij}$) また、骨材とモルタルの配合・形状の違ういくつかのユニットセルについて解析を行い考察を加える

4. まとめ

マスコンクリート構造物の熱伝導問題に均質化理論を適用することにより、微視レベルでの骨材とモルタルの構造特性および発熱特性を考慮に入れた解析を行うことができたといえる。また、今後温度応力問題についても同様に均質化理論を適用し、各ユニットセルについて'応力分布'を求め考察する予定です

参考文献

1) 社会法人 日本コンクリート工学協会: マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書; 1985

2) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in phisics, Springer-Verlag, 1980